

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Fascicolo del 16 maggio 1926

MEMORIE E NOTE DI SOCI

Fisica. — *Sulle frange di Perot e Fabry ottenute con una lamina birifrangente semiargentata.* Nota del Socio O. M. CORBINO⁽¹⁾.

1. Le ordinarie frange d'interferenza in una lamina di un certo spessore acquistano, come è noto, delle caratteristiche importanti qualora il potere riflettente delle due facce della lamina sia alquanto elevato. Invero, in tal caso, alla interferenza semplice fra due sole onde che hanno subito una differenza di cammino si sostituisce un fenomeno interferenziale più complesso, derivante dalla sovrapposizione di varie onde che hanno subito una riflessione multipla fra le due facce, e che possiedono perciò una ampiezza successivamente decrescente e spostamenti di fase costanti da ciascuna alla successiva. Gli effetti ottenuti sono così notevoli da condurre ai brillanti successi che si poterono conseguire nella spettroscopia interferenziale con la lamina di Perot e Fabry e con quella di Lummer e Gehrke.

Mi propongo in questa Nota di esaminare quali caratteristiche presentano le frange ottenute con una lamina semiargentata di Perot e Fabry ricorrendo ad una lamina birifrangente avente l'asse ottico parallelo alle facce. I risultati cui perverrò sembrano non privi di interesse per le possibili applicazioni nel campo della spettroscopia interferenziale.

2. Supponiamo il raggio incidente di ampiezza a , e quasi perpendicolare alla lamina; e sia D il percorso della luce dentro di questa. Si osservi la luce per trasmissione attraverso la lamina. Chiamiamo e' la dif-

(1) Presentata nella seduta dell'11 aprile 1926.

ferenza di fase tra un raggio emergente e quello consecutivo che ha percorso in più la lamina due volte; sarà:

$$\varepsilon' = 2\pi \frac{2D}{\lambda'}$$

dove λ' è la lunghezza d'onda della luce adoperata misurandola nella sostanza della lamina; essa avrà perciò due valori diversi per luce e vibrazioni parallele o perpendicolari all'asse ottico.

La luce incidente abbia le sue vibrazioni in un azimut α rispetto all'asse della lamina; il raggio incidente si scinderà perciò in due, di ampiezze $a' = a \cos \alpha$ e $a'' = a \sin \alpha$. Per effetto delle interferenze multiple si sovrapporranno, all'uscita della lamina, per ognuno di essi, un complesso di raggi aventi le ampiezze consecutive

$$a' d \delta, \quad a' d \delta \rho^2, \quad a' d \delta \rho^4, \dots$$

dove d è il coefficiente di riduzione dell'ampiezza alla prima entrata nella lamina, δ il coefficiente di riduzione all'uscita, e ρ il coefficiente di riflessione *interna* nella lamina. Supporremo in prima approssimazione questi coefficienti come di egual valore per i due raggi a' e a'' .

Inoltre i raggi consecutivi omologhi acquisteranno una differenza di fase costante, dall'uno all'altro, e data rispettivamente da ε' e da ε'' .

Come nella teoria generale ⁽¹⁾ si deduce che se la vibrazione in un punto del primo raggio emergente è rappresentata da

$$\xi = a' \cos \omega t$$

quella del complesso dei raggi interferenti è data da

$$\xi_e = A' \cos \omega t + B' \sin \omega t$$

dove

$$(1) \quad A' = a' d \delta \frac{1 - \rho^2 \cos \varepsilon'}{1 - 2 \rho^2 \cos \varepsilon' + \rho^4}; \quad B' = a' d \rho^2 \frac{\sin \varepsilon'}{1 - 2 \rho^2 \cos \varepsilon' + \rho^4}.$$

Formole analoghe valgono per il raggio a'' a vibrazioni normali all'asse, per il quale ad a' va sostituito a'' e ad ε' va sostituito ε'' , per il valore diverso dell'indice di rifrazione. Sarà perciò

$$\xi_e'' = A'' \cos \omega t + B'' \sin \omega t$$

e per A'' e B'' varranno formole corrispondenti alle (1).

(1) WINKELMANN, «Hand. d. Physik», VI, p. 952.

Supponiamo che la vibrazione incidente sia in un azimut a 45° dall'asse della lamina, e che il secondo nicol sia incrociato col primo.

La luce emergente dal secondo nicol avrà una vibrazione proporzionale a

$$\xi'_e - \xi''_e = (A' - A'') \cos \omega t + (B' - B'') \sin \omega t$$

e una intensità misurata (a meno di un coefficiente costante) da

$$I = (A' - A'')^2 + (B' - B'')^2.$$

Ma le (1), indicando con M' e M'' i denominatori, danno dopo semplici calcoli,

$$(2) \quad \begin{cases} A' - A'' = \frac{a' d \delta \rho^2}{M' M''} (1 - \rho^4) (\cos \epsilon' - \cos \epsilon'') \\ B' - B'' = \frac{a' d \delta \rho^2}{M' M''} [(1 + \rho^4) (\sin \epsilon' - \sin \epsilon'') - 2 \rho^2 \sin (\epsilon' - \epsilon'')]. \end{cases}$$

Si hanno così tutti gli elementi per il calcolo dell'intensità I della luce emergente, qualora si ricordi che si ha dalla teoria

$$\rho^2 = r^2$$

dove r è il potere riflettente esterno della lamina, e

$$d\delta = 1 - r^2.$$

3. Per facilitare la discussione generale supponiamo, dapprima, che la luce incidente sia a vibrazioni parallele all'asse ottico. La luce emergente sarà rappresentata allora soltanto da ξ'_e e si avrà perciò la riproduzione del fenomeno normale Perot e Fabry, come se la lamina fosse monorifrangente e di indice n' .

La teoria ⁽¹⁾ insegna che in tal caso l'intensità della luce emergente è proporzionale a

$$A'^2 + B'^2 = \frac{a^2 (1 - r^2)^2}{(1 - r^2)^2 + 4 r^2 \sin^2 \frac{\epsilon'}{2}}.$$

Le frange, come è noto, sono molto fini, su fondo oscuro e corrispondono, essendo K un numero intero, a

$$\frac{\epsilon'}{2} = (2K + 1) \pi$$

cioè ϵ' multiplo intero di 2π .

(1) Loc. cit., p. 954.

Se il polarizzatore è girato di 90° rispetto alla posizione di prima, la lamina presenterà un altro sistema di frange, tipo Perot e Fabry, come se il suo spessore fosse diverso, per il diverso valore dell'indice di rifrazione. Queste frange saranno a distanza reciproca diversa dalle precedenti, cioè più o meno fitte di esse.

È chiaro perciò che col polarizzatore in un azimut di 45° si avrà la formazione *contemporanea* di due sistemi di frange fini Perot e Fabry corrispondenti ai due spessori ottici notevolmente diversi della lamina; i due sistemi avranno eguale intensità se si osservano senza nicol.

Armando l'occhio di un nicol i due sistemi presenteranno intensità diversa a seconda dell'orientazione del nicol, e si potranno l'uno o l'altro estinguere per posizioni convenienti dell'analizzatore.

Ma se la lunghezza d'onda e la differenza geometrica di cammino $2D$ sono tali che due frange dei due sistemi si sovrappongono *esattamente*, allora con l'analizzatore all'oscurità rispetto al polarizzatore le due frange si estingueranno mutuamente, come si riconosce dalla formola (2) osservando che in tal caso si ha

$$\varepsilon' = \varepsilon'' + 2K\pi.$$

La frangia doppia sarà invece visibile con nicol paralleli.

4. Supponiamo infine che si faccia a meno del primo nicol e che si esamini la luce naturale. Avremo ancora due sistemi di frange, ma essi saranno costituiti da luci indipendenti, non interferibili; osservando senza nicol essi saranno di eguale intensità se la luce primitiva è del tutto depolarizzata; e si potrà estinguere l'uno o l'altro dei due sistemi orientando convenientemente il nicol analizzatore.

Ai due sistemi corrispondono differenze di cammino diverse.

Che se la luce primitiva è già polarizzata, ma differentemente per varie lunghezze d'onda, come nell'osservazione del fenomeno Zeeman (campo trasversale) e la lamina ha il suo asse nel senso della polarizzazione, le varie componenti di Zeeman costituiranno sistemi di frange di *diverso ordine*, come se osservate separatamente con due lamine di diverso spessore, e l'uno o l'altro dei due sistemi potrà essere estinto se si osserva con un nicol opportunamente orientato.

Ne risulta che la separazione delle componenti Zeeman, la quale avviene nella ordinaria lamina di Perot e Fabry per il mutamento di lunghezza d'onda, qui si produce per il diverso stato di polarizzazione oltre che per la diversa lunghezza d'onda.

Una lamina del tipo esaminato in questa Nota è stata da me richiesta alla Casa Hilgher, per riconoscere se ne possono derivare delle utilità pratiche nella spettroscopia interferenziale specialmente della luce polarizzata.

Geologia. — *La Galleria del Drink (Valle d'Aosta)*. Nota del Socio FEDERICO SACCO (Parte 2^a) ⁽¹⁾.

L'analisi dei 27 campioni gentilmente donati dall'ing. Gilardi e conservati nel Museo geomineralogico del Politecnico di Torino, fornirono i seguenti dati sommari:

Progressive dall'imbocco Sud

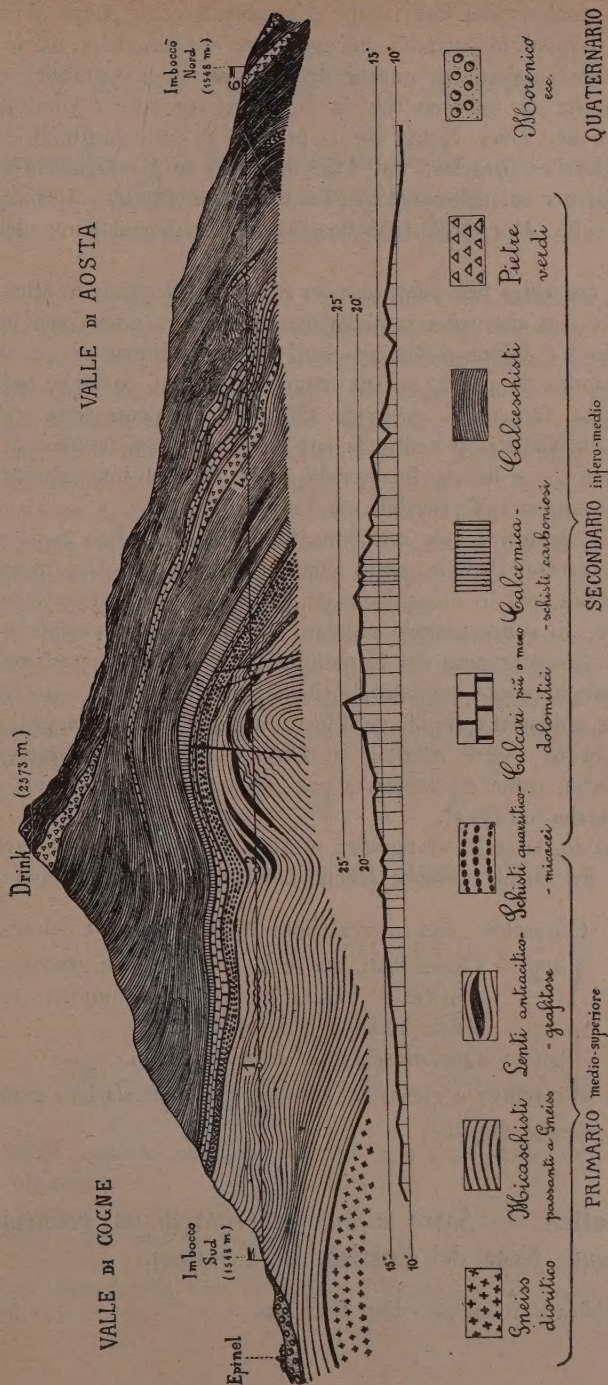
- m. 340 — Gneiss molto quarzoso, passante a micaschisto, compatto, lastroide, grigiastro.
- » 1320 — Gneiss grigio, brunastro, lastroide-compatto.
- » 1920 — Gneiss a grana minuta, micromero, grigio-bruno, compattissimo.
- » 1995 — Gneiss grigio bruno, ondulato, con intercalazioni di quarzo micaceo.
- » 2016 — Gneiss grigiastro, con intercalazioni filladiche brune, ondulate, e con superfici lisciate per scorrimento.
- » 2085 — Gneiss grigiastro, con intercalazioni quarzose bianche e filladiche brune carboniose con spalmature grafitiche.
- » 2175 — Gneiss a grana minuta, grigiastri compatti.
- » 2310 — Gneiss a grana minuta, grigio-brunici, con intercalazioni di Schisti filladici nero-lucidi, carboniosi, ondulato-contorti.
- » 2992 — Gneiss micromeri, grigio-scuri.
- » 3000 — Gneiss grigio-chiari, a grana minuta, molto quarzosi.
- » 3100 — Banco lentiforme di materiale antracitico (con 80-80,40 % di C e 12-12,50 % di ceneri) dello spessore di circa 20 centim., fra schisti filladici bruni, intercalati o passanti, verso l'alto, a quarzitoschisti.
- » 3150 — Micaschisto molto quarzoso, grigio biancastro, con poca mica muscovite, passante a quarzitoschisto micaceo.
- » 3200 — Quarzitoschisto con muscovite, passante a micaschisto assai quarzoso, biancastro.
- » 3204 — Grande blocco di quarzitoschisto micaceo dell'ultimo diaframma divisorio fra le due avanzate, Nord e Sud, della Galleria.
- » 3230 — Anidrite cristallina biancastra commista a calcare dolomitico, con numerosi cristallini sparsi di pirite.
- » 3550 — Schisti filladici grafitosi, bruni, ondulati, con superfici lucide di pressione e scorrimento, con intercalazioni lentiformi calcaree bianche.

(1) Presentata nella seduta del 2 maggio 1926.

- m. 3750 - Schisti filladici grafitosi, ondulati e lucenti per pressione e scorrimento, con lenticelle calcaree bianche intercalate nella massa schistosa nerastra. Rappresentano l'ultima (verso l'alto) zona grafitosa importante intercalata nella grande serie calceschistosa.
- » 3900 - Calceschisti fini, micromeri, relativamente compatti, grigio-brunici, con intercalazioni lentiformi calcitiche biancastre.
 - » 4000 - Calceschisti grigio-brunastri, un po' ondulati, con intercalazioni calcaree biancastre, nonchè con fratture (variamente ortogonali alla stratificazione) riempite di materiale calcitico biancastro.
 - » 4100 - Calceschisti grigio-bruni, abbastanza regolarmente stratificati, con frequenti intercalazioni lentiformi calcaree bianchicce, nonchè fratture (ortogonali alle stratificazioni) riempite di calcare dolomitico spatizzato. Nel calceschisto abbondano i cristalli di pirite sparsi irregolarmente.
 - » 4200 - Calceschisti grigio-scuri a piccoli elementi, quà e là piritiferi.
 - » 4250 - Calcare dolomitico, molto gessoso, biancastro; con zonule assai ricche di sparsi cristallini di pirite.
 - » 4300-4370 - Intercalazione lentiforme di prasinite molto anfibolica, compatta, abbondantemente piritifera, qua e là con epidoto. Però la grande lente serpentinoso-anfibolitica fu incontrata dalla Galleria un po' più a Sud.
 - » 4400 - Calcare cristallino, bianco o biancastro, piritifero, in due banchi intercalati fra i calceschisti.
 - » 4450 - Calceschisto grigiastro stratificato con cristallini sparsi di pirite, con liscioni di scorrimento.
 - » 4510 - Calcare dolomitico, cristallino, biancastro, con scarsi cristallini di pirite.
 - » 4600 - Calceschisti bruni, un po' ondulati, con superfici lisce di scorrimento, con piccole intercalazioni lentiformi calcaree bianche e con spalmature grafitose.

Non posseggo campioni dell'ultimo chilometro di Galleria dove però si sviluppano specialmente i calceschisti con qualche intercalazione quarzoso-sericitica verso i 5550 ed i 5650 m., ed una nuova apparsa di pietre verdi al Km. 6° presso l'imbocco Nord, rocce che riappaiono poi di nuovo fra i calceschisti ed i detriti di falda poco fuori di tale imbocco.

Ricordo infine che la grande Galleria del Drink anche sotto il punto di vista geologico generale ha un notevole interesse. Per quanto non sianvisi incontrati fossili, l'analogia di certi suoi terreni con altri fossiliferi di altre regioni ed i gradualissimi passaggi litologici e stratigrafici che vi si poterono osservare in tutte la serie gettano qualche luce sulla interpretazione cronologica di questi terreni cristallini, tanto metamorfici.



Profilo geologico, longitudinale sull'asse della Galleria del Drink e Diagramma delle temperature riscontrate nella roccia (Scala di 1 a 37.000 circa).

Infatti la potentissima formazione calceschistosa con pietre verdi sappiamo, pei rari fossili incontrativi, che appartiene al *Giura-Lias*; ma le intercalazioni di calcari dolomitici, nonchè di schisti sericitici e grafitici, e certi passaggi litologici ci indicano che la sua parte inferiore è riferibile alla metà superiore del *Trias*. Notisi che la presenza di zone grafitoidi o antracitose fra i calcari e calceschisti del *Trias* inferiore fu già segnalata altrove nelle Alpi, così per es. nello studio di Franchi e Stelli sopra « I Giacimenti di Antracite nelle Alpi Occid. italiane » 1903, per diversi punti dell'Alta Valle d'Aosta.

La zona quarzitica del *Trias inferiore* per la sua ricchezza in Mica passa gradatamente e con alternanze a micaschisto e perfino a gneiss (per quanto molto quarziferi) e quindi ci illumina sull'origine sedimentaria e sull'età (assai meno antica di quanto la sua natura cristallina parrebbe indicare) della soggiacente formazione gneissica. Quanto alla potente serie gneissica attraversata dalla Galleria per oltre la sua metà, i suddetti caratteri di transizioni stratigrafiche e litologiche, nonchè la frequenza di intercalazioni grafitiche, ci indicano la sua probabile età *Carbonifera*.

Riguardo alla formazione cristallina inferiore, che indico come gneissico-dioritica, mentre altri la segna come diorite acida, cioè quarzifera, anfibolico-biotitica, più o meno laminata, è notevole come essa appaia, in questa regione, in sottoposizione regolare alla formazione gneissico-micaschistosa grafitico-antracitosa del Carbonifero, e che analoga posizione presentino le analoghe rocce gneissico-dioritiche, passanti anche a gneiss prasinitici, gneiss anfibolici e simili, nel Pinerolese; per cui tali speciali gneiss dioritici potrebbero essere riferibili al *Devoniano* o più semplicemente al Paleozoico medio, come già indicai a pag. 26 del mio lavoro sopra « Les Alpes Occidentales » (1913).

Concludendo, la serie stratigrafica metamorfica, cristallina, attraversata dalla Galleria del Drink potrebbe schematicamente così interpretarsi:

- Giuralias* — Calceschisti con intercalazioni di pietre verdi e calcari.
- Trias* — { sup. — Calceschisti, qua e là grafitosi, lenti gessose o anidritiche e banchi di calcari dolomitici, specialmente verso il basso della serie.
inf. — Quarzitoschisti e schisti sericitici.
- Permo-carb.* — Micaschisti e gneiss psammitici, con intercalazioni grafitiche.
- Devoniano?* — Gneiss dioritici.

Matematica. — *Sopra alcune proprietà di un polinomio di approssimazione.* Nota del Corrisp. L. TONELLI.

Sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulle equazioni per la rappresentabilità conforme di una varietà a tre dimensioni sullo spazio euclideo.* Nota di ANGELO TONOLO, presentata ⁽¹⁾ dal Socio T. LEVI-CIVITA.

1. Il prof. Finzi, in una Nota ⁽²⁾, determina le condizioni necessarie e sufficienti, affinchè una varietà a tre dimensioni sia rappresentabile conformemente sullo spazio ordinario. Queste condizioni sono date da nove equazioni, delle quali tre sono lineari nei prodotti delle curvatures principali per coefficienti di rotazione di Ricci della terna di congruenze principali della varietà, mentre le altre sei sono differenziali di primo ordine nelle curvature, e lineari nei suddetti coefficienti. Lo scopo di questa Nota è di far vedere che, tre di queste sei equazioni differenziali, si possono ottenere dalle altre tre, e dalle identità di Bianchi. Ne risulta che sono sei, al più, le equazioni necessarie e sufficienti per la rappresentabilità conforme sullo spazio euclideo di una varietà a tre dimensioni.

2. Di una varietà a tre dimensioni, rappresentiamo con γ_{hkl} ($h, k, l = 1, 2, 3$) i coefficienti di rotazione di Ricci della terna di congruenze principali, con $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, le curvature riemanniane principali. Conveniamo di considerare identici gli indici che differiscono tra di loro per multipli di tre, e poniamo

$$(1) \quad \Omega_h = \omega_{h+1} + \omega_{h+2} - \omega_h. \quad (h = 1, 2, 3)$$

Le equazioni di Finzi, di cui abbiamo fatto parola al n. 1, sono le seguenti:

$$(2) \quad \gamma_{hh+1h+2}(\omega_{h+1} - \omega_h) = \gamma_{hh+2h+1}(\omega_{h+2} - \omega_h)$$

$$(3) \quad \frac{\partial \Omega_h}{\partial s_{h+1}} = 2 \gamma_{hh+1h}(\omega_{h+1} - \omega_h)$$

$$(4) \quad \frac{\partial \Omega_h}{\partial s_{h+2}} = 2 \gamma_{hh+2h}(\omega_{h+2} - \omega_h) \quad , \quad (h = 1, 2, 3)$$

le derivazioni essendo eseguite rapporto agli archi delle linee delle congruenze principali.

(1) Nella seduta del 2 maggio 1926.

(2) ALDO FINZI, *Le ipersuperficie a tre dimensioni che si possono rappresentare conformemente sullo spazio euclideo.* «Atti del R. Istituto Veneto», t. LXII, parte 2^a, 1902-03, pp. 1049-62; cfr. p. 1054.

Ora io dico, che uno qualunque dei due gruppi (3) e (4), è conseguenza dell'altro, e delle identità di Bianchi

$$(5) \quad \frac{\partial \omega_b}{\partial s_b} = \sum_i \gamma_{i b i} (\omega_b - \omega_i).$$

Invero, pigliamo, ad esempio, in considerazione il gruppo (3). Intanto si ha, per le (1),

$$(6) \quad \frac{\partial \Omega_b}{\partial s_{b+1}} = \frac{\partial \omega_{b+1}}{\partial s_{b+1}} + \frac{\partial \omega_{b+2}}{\partial s_{b+1}} - \frac{\partial \omega_b}{\partial s_{b+1}}.$$

Ma per le (5), ove si scambi b in $b+1$,

$$\frac{\partial \omega_{b+1}}{\partial s_{b+1}} = \gamma_{b+1 b+1 b} (\omega_{b+1} - \omega_b) + \gamma_{b+2 b+1 b+2} (\omega_{b+1} - \omega_{b+2}).$$

D'onde, per addizione con le (6),

$$\frac{\partial \Omega_b}{\partial s_{b+1}} = \frac{\partial \omega_{b+2}}{\partial s_{b+1}} - \frac{\partial \omega_b}{\partial s_{b+1}} + \gamma_{b b+1 b} (\omega_{b+1} - \omega_b) + \gamma_{b+2 b+1 b+2} (\omega_{b+1} - \omega_{b+2}).$$

Sostituendo queste espressioni delle $\frac{\partial \Omega_b}{\partial s_{b+1}}$ nelle equazioni del gruppo (3), mutando segno, e scambiando b in $b+1$, si trae

$$(7) \quad \frac{\partial \omega_{b+1}}{\partial s_{b+2}} - \frac{\partial \omega_b}{\partial s_{b+2}} = \gamma_{b b+2 b} (\omega_{b+2} - \omega_b) + \gamma_{b+1 b+2 b+1} (\omega_{b+1} - \omega_{b+2}).$$

Sommando le (7) con le (5), nelle quali b venga mutato in $b+2$, si ha infine

$$\frac{\partial \Omega_b}{\partial s_{b+2}} = 2 \gamma_{b b+2 b} (\omega_{b+2} - \omega_b),$$

cioè le equazioni del gruppo (4). c. d. d.

3. Le equazioni differenziali per la rappresentabilità conforme di cui ci occupiamo, e le relazioni di Bianchi, si possono conglobare in un'unica espressione munita di due indici variabili nel gruppo 1, 2, 3, e formata in modo semplice con le $\gamma_{b k l}$ e le Ω_b . Ed ecco in che modo.

Si osservi intanto che, dalle

$$\Omega_b = \omega_{b+1} + \omega_{b+2} - \omega_b,$$

si traggono le

$$\omega_b = \frac{\Omega_{b+1} + \Omega_{b+2}}{2}, \quad \omega_{b+1} - \omega_{b+2} = \frac{\Omega_{b+2} - \Omega_{b+1}}{2}.$$

Dalle equazioni (3) e (4), si ha, per addizione,

$$(8) \quad \frac{\partial \Omega_b}{\partial s_{b+1}} + \frac{\partial \Omega_b}{\partial s_{b+2}} = \gamma_{b+1, b} (\Omega_b - \Omega_{b+1}) + \gamma_{b+2, b} (\Omega_b - \Omega_{b+2}).$$

E le relazioni di Bianchi equivalgono alle

$$(9) \quad \frac{\partial \Omega_{b+1}}{\partial s_b} + \frac{\partial \Omega_{b+2}}{\partial s_b} = \gamma_{b+1, b+1} (\Omega_{b+1} - \Omega_b) + \gamma_{b+2, b+2} (\Omega_{b+2} - \Omega_b).$$

Le (8) e (9) si possono scrivere anche così:

$$\frac{\partial \Omega_i}{\partial s_{j+1}} + \frac{\partial \Omega_j}{\partial s_{i+2}} = \gamma_{i+j+1, i} (\Omega_i - \Omega_{j+1}) + \gamma_{j+i+2, j} (\Omega_j - \Omega_{i+2}).$$

$$(i = j = b \quad ; \quad i = b + 1 \quad , \quad j = b + 2 \quad ; \quad b = 1, 2, 3)$$

Concludendo abbiamo:

Le condizioni necessarie e sufficienti per la rappresentabilità conforme di una varietà a tre dimensioni sullo spazio euclideo, sono le seguenti:

$$\gamma_{i+i+1+2} (\Omega_{i+1} - \Omega_i) = \gamma_{i+i+2+i+1} (\Omega_{i+2} - \Omega_i)$$

$$\frac{\partial \Omega_i}{\partial s_{j+1}} + \frac{\partial \Omega_j}{\partial s_{i+2}} = \gamma_{i+j+1, i} (\Omega_i - \Omega_{j+1}) + \gamma_{j+i+2, j} (\Omega_j - \Omega_{i+2}),$$

$$(i = \gamma = b; \quad i = b + 1, \quad j = b + 2; \quad b = 1, 2, 3)$$

delle quali, tre delle sei differenziali, sono delle identità.

Matematica. — *Sopra l'interpolazione a mezzo di funzioni olo-morfe in un semipiano.* Nota di V. BERNSTEIN, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA.

Sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sulla ricerca delle singolarità delle $f(z) = \sum_{n=0}^{n=\infty} a_n Z^n$ ove $a_n = g(n)$ per n intero positivo con $g(n)$ trascendente intero.* Nota di S. MINETTI, presentata dal Socio A. PINCHERLE.

Sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sul raggio di convergenza degli sviluppi tayloriani $\sum a_n Z^n$ ove $a_n = g(n)$ per n intero positivo con $g(n)$ trascendente intero.* Nota di S. MINETTI, presentata dal Socio A. PINCHERLE.

Sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sopra alcuni massimi e minimi geometrici.* Nota di L. PELOSI, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA.

Sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Geometria. — *Sul significato geometrico della normale proiettiva.* Nota di ALESSANDRO TERRACINI, presentata⁽¹⁾ dal Corrispondente GUIDO FUBINI.

1. Facciamo anzitutto una osservazione sulle curve piane⁽²⁾: la normale proiettiva a una curva piana γ in un suo punto generico P , si può definire come l'ulteriore retta passante per P (oltre alla tangente in P) che sia unita per le omografie non identiche del piano in sé che mantengono inalterato un intorno della curva, relativo al punto P , del massimo ordine possibile. L'osservazione — che, come tosto si vedrà, è sostanzialmente da riguardarsi come nuova soltanto nella forma — mi pare riceva interesse da un duplice punto di vista; anzitutto in quanto essa fornisce della normale proiettiva una definizione geometrica più semplice di quella dovuta al Sannia (ulteriore tangente in P alla cubica nodale penosculante del Wilczynski, vale a dire a quella fra le ∞^1 cubiche aventi in P con la γ un contatto del settimo ordine, che ha in P un punto doppio)⁽³⁾ e, più di recente al Bompiani⁽⁴⁾; e poi in quanto anche della consueta normale metrica e della normale affine si possono dare defi-

(1) Nella seduta dell'11 aprile 1926.

(2) Che supponiamo senz'altro analitiche: analogamente per le superficie di cui ci occupiamo in seguito.

(3) SANNIA, *Nuova trattazione della geometria proiettivo-differenziale delle curve piane*, «Rend. Lincei» (5) voll. XXX-XXXI, 1922 (4 note). Cfr. anche la *Projective differential Geometry of curves and ruled surfaces* (Leipzig, 1906) del WILCZYNSKI.

(4) *Invarianti proiettivi di contatto fra curve piane*, «Rend. Lincei» (6) 1926.

nizioni perfettamente analoghe, cosicchè resta ben chiarita l'intima ragione delle analogie che le tre normali nominate mutuamente offrono rispettivamente negli algoritmi della geometria differenziale proiettiva, metrica ed affine ⁽¹⁾. Le caratterizzazioni delle normali metrica e affine testè accennate si enunciano nell'identico modo di sopra, pur di sostituirvi alle *omografie* le *similitudini* o le *affinità*; il massimo ordine dell'intorno che si può conservare, in questi due casi, e in quello proiettivo, vale rispettivamente *due*, *quattro* e *sei*.

Tutto ciò si verifica nel modo più semplice ricorrendo agli sviluppi nell'intorno di P

$$(1) \quad y = a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots,$$

$$(2) \quad y = a_2 x^2 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + \dots,$$

$$(3) \quad y = a_2 x^2 + a_5 x^5 + a_7 x^7 + a_8 x^8 + \dots,$$

che si hanno rispettivamente nei tre casi in coordinate x, y cartesiane ortogonali, cartesiane e proiettive non omogenee, assumendo in ogni caso $y = 0$ nella retta tangente, $x = 0$ nella normale, e - per quanto riguarda la (3) - il terzo lato del triangolo di riferimento nella retta tangente alla conica osculatrice in P nella sua ulteriore intersezione con la normale proiettiva nello stesso P. Allora, per la (1) e la (2) si ha subito che le trasformazioni richieste sono le simmetrie $x = -X$, $y = Y$, ciò che prova l'asserto. Quanto alla (3) - anche senza ricorrere ulteriormente ai risultati stabiliti nei lavori citati - basta osservare che, dipendendo la normale proiettiva dall'intorno del sesto ordine del punto P sulla linea γ , ogni omografia che conservi almeno un tale intorno deve conservare il triangolo di riferimento - ciò che circonda subito il gruppo di omografie da considerare -, e allora si trova senz'altro che ciascuna delle omografie (cicliche del terzo ordine) $x = \omega X$, $y = \omega^2 Y$ con ω radice cubica immaginaria dell'unità (e nessuna altra) soddisfa alle condizioni richieste.

2. Il risultato esposto si estende, e in più modi, alle superficie. Tralasciamo, per brevità, quanto riguarda le altre normali, e occupiamoci soltanto della normale proiettiva (di Fubini); e - per l'equazione della super-

(1) Nella seconda parte della Memoria: *Riavvicinamento di geometrie differenziali delle superficie: metriche, affini, proiettive*, « Ann. di Mat. » (3) t. XXXI, 1922, il SANNIA ha pure trovato (per le superficie) una caratterizzazione dei vari tipi di rette normali, che dà ragione delle loro analogie: ma si tratta (anche come concetto) di cosa ben diversa dalla attuale, in quanto quella caratterizzazione poggia - oltre che su alcune condizioni geometriche - su quella che le varie rette normali dipendano dalle derivate del minimo ordine possibile delle varie coordinate normali.

ficie F - partiamo dallo sviluppo ⁽¹⁾ (in coordinate proiettive non omogenee x, y, z) valido nell'intorno del suo punto generico P (non parabolico)

$$(4) \quad z = xy - \frac{1}{3}(x^3 + y^3) + \frac{1}{12}(ax^4 - 4bx^3y - 4dxy^3 + ey^4) + \dots$$

Se intanto un'omografia deve trasformare la F in una superficie F' che abbia con la F contatto del terz'ordine in P , si hanno subito, per essa, le equazioni

$$(I) \quad \begin{cases} (lMx + mLy + rZ + 1)x = lX + LZ, \\ (lMx + mLy + rZ + 1)y = my + MZ, \text{ con } l^3 = m^3 = 1, \\ (lMx + mLy + rZ + 1)z = Z; \end{cases} \quad lm = 1;$$

oppure

$$(II) \quad \begin{cases} (lMx + mLy + rZ + 1)x = mY + MZ, \\ (lMx + mLy + rZ + 1)y = lX + LZ, \text{ con } l^3 = m^3 = 1, \\ (lMx + mLy + rZ + 1)z = Z, \end{cases} \quad lm = 1;$$

secondochè le tangenti principali nel punto P vengono trasformate ciascuna in sè, oppure nell'altra. Chiamiamo rispettivamente queste omografie *di prima* e *di seconda specie*; e occupiamoci anzitutto delle (I). Se mediante esse la (4) si trasforma in

$$(5) \quad Z = XY - \frac{1}{3}(X^3 + Y^3) + \frac{1}{12}(AX^4 - 4BX^3Y - 6CX^2Y^2 - 4DXY^3 + EY^4) + \dots,$$

risultano fra i coefficienti a, b, d, e, A, B, D, E e le quantità L, M le relazioni

$$(6) \quad \begin{cases} 4lM = A - al, & 4mL = E - em, \\ A - al - 2(D - ld), & E - em = 2(B - mb); \end{cases}$$

(1) È in sostanza quello adottato p. es. da ČECH nella sua Nota: *L'intorno d'un punto d'una superficie considerato dal punto di vista proiettivo*, « Annali di Matematica » (3) t. XXXI, 1922. Nella Nota del FUBINI, *Nuova trattazione elementare dei fondamenti della geometria proiettiva differenziale di una superficie*, in corso di stampa nei « Rendic. del R. Ist. Lomb. » - Nota da cui questa è indipendente - sono fatte, ma da un altro punto di vista, delle considerazioni riavvicinabili a quelle di questo numero e del successivo.

mentre d'altro lato C e r vengono a dipendere mutuamente mediante la

$$(7) \quad r = LM + \frac{C}{2}.$$

È chiaro che, in generale, non si possono far coincidere gli intorni del quarto ordine del punto P su F e F' senza che l'omografia si riduca alla identità. Però, per una qualsiasi omografia (I) questa coincidenza avviene per la quaterna di direzioni

$$(8) \quad (a - A)x^4 - 4(b - B)x^3y + 6Cx^2y^2 - 4(d - D)xy^3 + (e - E)y^4 = 0,$$

dove si ricavano i valori di A, B, C, D, E dalle (6), (7). Al variare della omografia, (e ferma restando una stessa determinazione per l, m) tale quaterna descrive il sistema lineare ∞^3, Σ ,

$$(9) \quad [a(1 - l) + 2(ld - D)]x^4 - 4(b - B)x^3y + 6Cx^2y^2 - 4(d - D)xy^3 + [e(1 - m) + 2(mb - B)]y^4 = 0,$$

dove B, C, D possono assumere valori arbitrari, mentre i coefficienti che compaiono nelle (I) risultano determinati dalle

$$L = \frac{lB - b}{2}, \quad M = \frac{mD - d}{2},$$

e dalla (7). Finalmente si osservi che la (I) - se, come faremo tacitamente nel seguito, escludiamo il caso $l = m = 1$, nel quale o non esistono rette unite per P fuori del piano tangente, oppure si tratta di un'omologia (speciale, col centro in P , e il piano tangente come piano di omologia) - possiede (oltre alle tangenti principali) come ulteriore retta unita per P la

$$(10) \quad x:y:z = b:k:1, \text{ con } b = \frac{L}{1-l} = \frac{lB-b}{2(1-l)}, \quad k = \frac{M}{1-m} = \frac{mD-d}{2(1-m)}.$$

Da quanto si è detto segue anzitutto che una omografia di prima specie che trasformi in sé l'intorno del terzo ordine del punto P (generico) su una superficie conserva anche l'intorno del quarto ordine per una quaterna di direzioni della superficie uscente da P . Associando a ogni omografia la relativa quaterna di rette, o associando senz'altro a ogni retta generica della stella P ciascuna delle nominate quaterne di tangenti relative alle omografie di prima specie per cui quella retta è unita, si ha che ⁽¹⁾ ogni retta generica della stella P ammette un fascio di quaterne associate: fra le quaterne associate dal fascio ve

(1) Naturalmente, in due modi diversi per la possibilità di scegliere per l l'una o l'altra radice cubica immaginaria dell'unità.

n'è una che si segnala fra le altre per il fatto di corrispondere a un'omografia assiale - con la (10) come retta luogo di punti uniti - mentre le altre omografie di prima specie hanno generalmente soltanto tre punti uniti distinti. Le quaterne così segnalate sono quelle per cui $C = 0$.

La normale proiettiva in P si può definire come quella retta della stella P, tale che (una e quindi tutte) le quaterne associate sono apolari alla terna di tangenti di Segre. Invero domandare che una quaterna (9) sia apolare alla terna $x^3 - y^3 = 0$ equivale a imporre

$$B = e(1 - m) + b(2m - 1),$$

$$D = a(1 - l) + d(2l - 1),$$

e allora la retta (10) diventa la $x:y:z = b - e : d - a : 2$, che è appunto la normale proiettiva.

Il perchè dell'intervento della terna di tangenti di Segre in questa caratterizzazione della normale proiettiva resterà chiarito dall'osservazione che faremo più avanti al n. 5, secondo la quale per una curva con nodo l'ente che nel nodo (considerato nell'insieme dei suoi due rami) sostituisce dal punto di vista attuale, la normale proiettiva, è una terna di rette che - ove la curva nodata sia l'intersezione di una superficie col suo piano tangente in P - è proprio costituita dalle tangenti di Segre uscenti da P.

3. Ma osserviamo ancora, per il momento, qualche altra caratterizzazione analoga alla precedente di altri elementi inerenti al punto P. *Se le quaterne associate a una retta devono essere apolari alla terna di Darboux, quella retta è la retta di Segre (comune ai piani osculatori in P alle tre linee di Segre passanti per questo punto), come si trova in modo analogo: la retta in questione è la $x:y:z = b + e : d + a : -6$.*

Che se poi per una retta della stella P si domanda solo che le quaterne associate ammettano in comune una terna apolare, si trova come luogo di quella retta un cono quadrico Γ^2 , avente per equazione (entro la stella, in coordinate h, k).

$$(11) \quad ae - bd + 12hk + 2h(2a - d) + 2k(2e - b) = 0.$$

Quel cono, come risulta da quanto precede, sega il piano canonico sulla normale proiettiva e nella retta di Segre⁽¹⁾; e sega il piano tangente alla superficie in P nella coppia delle tangenti principali.

La quaterna a cui le ∞^3 quaterne di Σ risultano apolari è la

$$(12) \quad (1 - l)(a - 2d)x^4 + 2(1 - m)(e - 2b)x^3y - \\ - 2(1 - l)(a - 2d)xy^3 - (1 - m)e - 2b)y^4 = 0.$$

(1) Si ha così un altro modo di caratterizzare geometricamente la normale proiettiva.

L'invariante quadratico del primo membro è nullo, e perciò è equianarmonica; cosicchè le quattro rette quadruple contenute entro Σ sono tali che quelle rette prese assieme costituiscono precisamente la quaterna (appartenente essa stessa a Σ) apolare al sistema Σ . Le quattro rette della stella P cui sono rispettivamente associate le quattro quaterne costituite da una retta quadrupla appartengono al cono quadrico Γ^2 , com'è chiaro a priori secondo la definizione stessa di quel cono; e come del resto si verifica subito col calcolo. Quanto alla quaterna (II), essa risulta (come caso limite) associata alla retta tangente in P, coniugata alla tangente canonica: ciò che fornisce una semplice caratterizzazione per la tangente canonica ($x:y:z = 2b:e:2d-a:o$)⁽¹⁾.

Notiamo ancora che sulla stella P vi sono ∞^1 piani, costituenti fascio, tali che per ciascuno di essi la rete formata dalle quaterne associate alle loro rette per P ammette una quaterna apolare contenente la coppia delle tangenti principali: l'asse di tale fascio di piani è la retta di Wilczynski ($x:y:z = b:d:-2$).

4. Per le omografie di seconda specie (II) le (6) diventano

$$(6) \quad \begin{cases} 4lM = Ae l & , & 4mL = E - am \\ A - el = 2(D - lb) & , & E - am = 2(B - md) \end{cases}$$

mentre la (7) resta inalterata. Anche ogni omografia di seconda specie conserva l'intorno del quart'ordine del punto P solamente per quattro direzioni uscenti da P; e (per ogni scelta dei valori di l, m la quale può avvenire in tre modi diversi) le quaterne di tangenti così formate costituiscono ancora un sistema lineare ∞^3 (che questa volta però non dipende più dall'intorno del quart'ordine di P) apolare alla quaterna

$$lx^4 - 2x^3y - 2lxy^3 + y^4 = 0.$$

D'altro lato, un'omografia di seconda specie non può ammettere una retta unita per P fuori del piano ivi tangente alla F, senza ammetterne un fascio (il che avviene quando e solo quando $lM + L = 0$), e allora essa è assiale od addirittura omologica (quando $C = 0$), anzi omologico-armonica⁽²⁾ col centro su una tangente di Darboux e il piano di omologia per la corrispondente retta di Segre; anche nel caso dell'omografia assiale, il fascio di rette unite per P è contenuto nel piano $x = my + M$ (passante per una retta di Segre).

(1) In un ordine di idee analogo, si ha che la retta di Green per P è caratterizzata dalla proprietà che le quaterne associate contengono la coppia di tangenti principali.

(2) Questi tre sistemi ∞^1 di omologie sono gli stessi di cui vi è cenno in una nota a pie' di pagina della citata Memoria di Čech.

Si trova facilmente che *condizione necessaria e sufficiente affinché la quaterna di tangenti associate a un'omografia di seconda specie sia apolare alla terna di Segre è che quella omografia ammetta la normale proiettiva come retta unita*; quindi la normale proiettiva si può, p. es., definire come l'intersezione dei tre piani di omologia di quelle tre omologie armoniche conservanti l'intorno del terz'ordine del punto P sulla superficie, per ciascuna delle quali la quaterna di tangenti associate risulta apolare alla terna di Segre. Anche qui, scambiando la terna di Segre con quella di Darboux si ottiene una nuova caratterizzazione della retta di Segre ⁽¹⁾.

5. Il procedimento qui indicato per giungere alla normale proiettiva è suscettibile di essere esteso ad altri casi, ove si tratti di definire enti legati differenzialmente a una data figura e invarianti per determinati gruppi di trasformazioni. Così, limitandoci, p. es., a una coppia di curve piane aventi in un punto P un contatto (semplice), si verifica subito che le ∞^2 omografie che mutano ciascuna di esse in sè fino al terz'ordine incluso ammettono tutte come retta unita uscente da P (oltre alla retta *t* tangente comune in P) un'ulteriore retta ben determinata: *si trova così la medesima retta cui è giunto per altra via, il Bompiani, nel suo lavoro citato* (è la retta coniugata armonica della *t* rispetto alle due proiettanti da P le ulteriori intersezioni di due coniche che abbiano in P contatto del terz'ordine rispettivamente con le due curve considerate).

Ancora più semplice — e, per quanto si tratti di cosa molto elementare, mi pare valga la pena di notarlo esplicitamente — è il caso di due curve di uno stesso piano intersecantisi (senza contatto) in un punto P; allora esistono tre omografie, e più precisamente tre omologie (armoniche) che le mutano l'una nell'altra, nell'intorno di P, fino al terzo ordine incluso. Perciò gli assi di quelle omologie costituiscono una *terna di rette legata, in modo invariante per collineazioni, a quella coppia di curve uscenti da P* ⁽²⁾. In particolare, ciò vale per i due rami uscenti da P di una curva che possieda in tal punto un nodo. Per la terna di rette così definita si trova subito anche il seguente significato: vi sono ∞^2 cubiche nodate in P i cui due rami hanno, nel punto P, rispettivamente coi due rami della curva nodata, incontro tripunto: i loro flessi hanno per luogo una terna di rette

(1) Aggiungiamo che per quelle omografie di 2ª specie che sono omologie armoniche, la quaterna associata consta di una tangente di Segre (traccia del piano di omologia), della corrispondente tangente di Darboux (contenente il centro di omologie) e di una residua coppia di rette coniugate armoniche rispetto alle precedenti. Per ognuna delle omologie i cui piani contengono la normale proiettiva, la coppia residua è, ulteriormente, coniugata armonica rispetto alle due ulteriori tangenti di Segre.

(2) Questa terna di rette si potrebbe anche definire — in modo un po' meno semplice — in base alle omografie conservanti gli intorni di cui si è detto solamente fino al secondo ordine incluso.

uscanti da P, le cui coniugate armoniche rispetto alla coppia delle tangenti in P costituiscono proprio la terna in questione. Precisamente questa è la terna di tangenti di Segre, ove la curva nodata sia la sezione di una superficie col suo piano tangente in P (mentre la terna luogo dei flessi di cui sopra si è detto è allora la terna di Darboux). Delle tangenti di Segre e di Darboux si ha una definizione geometrica molto semplice, senza uscire dal piano tangente.

Astronomia. — *Sulla teoria delle ombre volanti.* Nota di G. HORN-D'ARTURO, presentata⁽¹⁾ dal Socio V. CERULLI.

Reduce dall'Africa, mi vengono segnalate due note sulle *ombre volanti*; la prima del prof. G. Armellini (« Lincei, Rend. » nov. 1925), la seconda del prof. V. Ronchi (ib., aprile 1926). Poichè in entrambe è fatta menzione del mio studio su questo argomento (Pubbl. dell'Oss. astr. d. R. Univ. di Bologna, vol. I, n. 6), mi corre l'obbligo di confutare quelle affermazioni dei due autori, che contraddicono all'interpretazione da me proposta per quel fenomeno.

Dirò anzitutto al prof. Armellini le ragioni che s'oppongono all'idea da lui propugnata, che si tratti « *di un comune fenomeno di diffrazione* ».

1° Frangie di diffrazione accompagnanti l'ombra lunare non potrebbero esser vedute da occhio umano per la loro eccessiva velocità: esse circondano infatti quest'ombra che percorre la superficie della Terra con una velocità relativa, variante secondo i punti del globo da 550 a 950 metri al secondo; gli osservatori assegnano invece alle *ombre* una velocità che varia da 25 centimetri a quindici metri al secondo. E se fossero visibili le frangie, a più forte ragione dovrebbe scorgersi l'ombra stessa della Luna, che nessuno ha mai veduta, se non forse guardando al piano dall'alto d'una montagna, oppure dall'aeroplano.

2° L'ombra della Luna si muove sul terreno da occidente verso oriente e quindi le frangie, circondanti l'ombra, dovrebbero tendere anch'esse invariabilmente all'oriente; ma ciò contrasta con tutte quelle osservazioni che collocano all'occidente l'apice del moto delle *ombre*. Si veda a questo proposito il mio fascicolo già citato a pagg. 158-160 e 146-157, donde risulta che, mentre il tendere all'occidente è un fatto normale nella zona torrida, esso, pur con minor frequenza (20 %) si riscontra anche nell'eclissi visibili dalle zone temperate.

3° Anche se l'ombra lunare stesse ferma, e si avesse tutto l'agio di osservarne i margini, non si vedrebbero tuttavia i massimi e minimi come

(1) Nella seduta del 2 maggio 1926.

li ha calcolati il prof. Armellini, perchè la sua formola vale per le sorgenti puntiformi, e quindi non è applicabile alla falce solare per quanto ridotta; ma dato e non concesso, che si trattasse d'una sorgente puntiforme, il restringersi degl'intervalli lucidi col crescere della distanza dai margini, come lo esige la diffrazione, contraddice in modo stridente con le osservazioni, da cui risulta (pagg. 140-142) che le bande chiare s'assottigliano con lo avvicinarsi della totalità e si dilatano a mano a mano che il Sole va liberandosi dall'occultazione.

Passando all'altro mio contraddittore, leggo che questi dichiara esauriente la teoria di R. Wood, per il quale le *ombre volanti* sarebbero un fenomeno analogo a quello della scintillazione delle stelle fisse. Poichè lo stesso Wood riconosce, com'è logico, che le sole sorgenti puntiformi, ossia le stelle fisse, sieno soggette alla scintillazione, e non, per es., i pianeti che non scintillano affatto, si dovrà concludere che essendo la falce solare ancora più estesa delle superficie planetarie, le *ombre volanti*, generate dalla sua luce, non possano entrare nella teoria della scintillazione. Si potrebbe dire che il Wood si riferisca all'attimo estremo, precedente o seguente la totalità, quando la falce si riduca ad un punto, ma, prescindendo dal fatto che le *ombre* furono osservate financo dieci minuti prima della totalità, e pur considerando una porzione infinitesima di superficie solare non ancora coperta dal disco lunare, non si vede come questa sorgente possa generare bande *tangenti* all'ombra lunare; le bande (se pur le macchie di cui parla il Wood si possano mai integrare in bande regolari) dovrebbero essere orientate senz'alcuna legge, in contrasto con innumerevoli osservazioni da cui risulta la loro costante *tangenza* al disco ombroso.

Il prof. Ronchi accetta anche il secondo punto della teoria del Wood, secondo cui il moto delle *ombre* dipende dai venti che sospingono le *inomogeneità* (per usare la sua parola) generanti le *ombre* stesse; ora io ripeto che le *ombre* si moverebbero ugualmente, anche se le *inomogeneità* fossero immobili rispetto all'osservatore, ossia animate dal solo moto di rotazione della Terra; ed è precisamente questa rotazione che provoca il moto delle *ombre* verso oriente, come un ragionamento molto semplice lo dimostra e come m'ero illuso d'avere spiegato abbastanza chiaramente nel mio fascicolo; se poi le *inomogeneità* si muovono rispetto all'osservatore per azione di venti, alla componente della rotazione s'aggiungerà la componente del vento e vedremo le *ombre* muoversi secondo la risultante.

Infine la questione degli spiragli.

Prima di ribattere le argomentazioni del prof. Ronchi, su questo punto, voglio ripetere ciò che io stesso penso della mia teoria, e mi esprimerò questa volta descrivendo i pensieri di un Essere minuscolo, che si trovi a considerare sul terreno le immagini reali del disco solare, prodottevi dalle fronde d'un albero, per lui tanto alte che il passo non gli giovi per raggiungerle, nè la vista per distinguerle. Costui, osservate diligentemente le

immagini e tenuto conto della loro velocità, dell'apice del loro moto, delle dimensioni, e così via, potrebbe concludere: « Questo fenomeno rassomiglia a quello della camera oscura, e tutto succede come se sulla mia testa vi fossero degli spiragli, alti tanto, larghi tanto, discosti gli uni dagli altri di tanto, ecc ». Con che l'ipotesi del nostro omuncolo sarebbe errata perchè gli spiragli non vi sono, tuttavia la sua conclusione sarebbe pienamente conforme alle regole del sano ragionare. Ora noi ci troviamo di fronte alle *ombre volanti* in una condizione molto simile a quella dell'omuncolo, e se io mi sono indotto a pensare agli spiragli non fu per solo amore di novità, o per ignoranza delle teorie già proposte, ma appunto perchè le conosco, ed ho veduto che non reggono al confronto con le cose osservate: ciascuna giustifica *qualche* particolare del fenomeno, ma nessuna è in grado di render conto di *tutte* le apparenze descritte dagli osservatori.

Quanto agli effetti che produrrebbero veri e propri spiragli, non comprendo perchè il prof. Ronchi consideri solamente quelli della diffrazione, i quali naturalmente non possono mancare, ma, come già a sazietà s'è detto, avendo qui la sorgente luminosa dimensioni apprezzabili, le frangie non potrebbero far altro che alterare, ma in modo trascurabile i bordi della immagine reale; così non si vede perchè l'osservato dilatarsi e restringersi delle bande bianche in armonia con la fase dell'eclisse si debba spiegare col mostruoso sistema di spiragli, descritto dal prof. Ronchi a pag. 169: se già egli concede (per ipotesi) l'esistenza degli spiragli, ciascuno di questi genererà un'immagine reale del fenomeno con tutte le sue vicende e la diffrazione non glielo può impedire. Lo stesso dicasi del forellino nella lamina di celluloido.

In attesa di un'esplorazione conveniente dell'altissima atmosfera noi possiamo solamente *immaginare* e non *dimostrare* lo stato di quelle regioni: così la dimostrazione della non esistenza degli spiragli è altrettanto vana quanto la dimostrazione della loro esistenza, che io mi son guardato bene dal fare; ma finchè non mi sarà proposta un'ipotesi più plausibile, io continuerò, con buona pace del prof. Ronchi, a credere e a sostenere che gli intervalli chiari delle *ombre volanti* sieno l'immagine reale della falce solare.

Astrofisica. — *Sulla struttura della riga $H\alpha$ nella cromosfera solare.* Nota di GIORGIO ABETTI, presentata⁽¹⁾ dal Socio V. VOLTERRA.

La ricerca di un metodo per determinare l'altezza della cromosfera con la torre solare dell'Osservatorio di Arcetri⁽²⁾, in modo analogo a quello usato con l'equatoriale di Amici⁽³⁾, mi ha condotto all'esame della struttura della riga $H\alpha$ al lembo, il cui risultato riassumo in questa Nota.

L'obiettivo della torre dà un'immagine del sole di circa 170 mm. di diametro e nel sottostante spettrografo e spettroeliografo combinati di 4 metri di distanza focale, dapprima ho usato un reticolo costruito all'Osservatorio di Monte Wilson, con la superficie rigata di 10 per 11 centimetri. Questo reticolo, molto luminoso in un primo ordine, dava però una notevole quantità di luce diffusa, specialmente per l'uso con lo spettroeliografo, così che si trovò vantaggioso di sostituirlo con un reticolo di Rowland con la superficie rigata di 9 per 12 cm., pure ottenuto per cortesia dell'Osservatorio di Monte Wilson. La dispersione usata col primo reticolo fu, nel primo ordine, di 1 mm. = 3.95 Å e per il secondo, al quale si riferisce la più gran parte di queste misure, sempre nel primo ordine: 1 mm. = 2.96 Å.

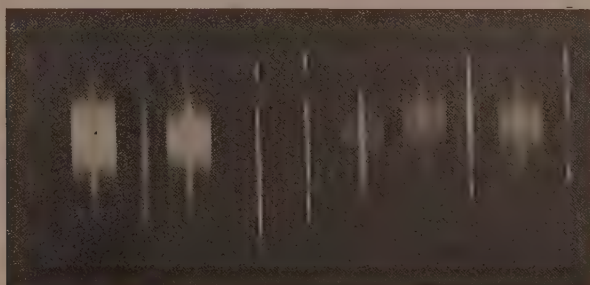
Muovendo il carro dello spettroeliografo a mano e con la seconda fessura aperta circa 6 mm., si fotografavano successive immagini della riga $H\alpha$ tenendo l'immagine del sole tangente alla prima fessura in diversi angoli di posizione. Se il lembo solare viene mantenuto alla distanza di circa 0.5 mm. dalla prima fessura, cioè ad una distanza equivalente a circa 6", la riga $H\alpha$ appare completamente invertita; diminuendo la distanza fino alla tangenza appare, come è ben noto, la doppia inversione. Chiamo con $H\alpha_3$ la riga oscura centrale e con $H\alpha_2$ la riga luminosa formata dalle due componenti violetta (V) e rossa (R). Ora queste due componenti non sono generalmente simmetriche, nè per intensità, nè per larghezza, ma presentano differenze o di carattere sistematico, o di carattere irregolare. Quest'ultime sono dovute a particolari perturbazioni di quel determinato punto della cromosfera, come avviene per la presenza di protuberanze, le prime possono essere dovute a varie cause, per mettere in evidenza le quali si sono fatte sistematiche osservazioni ad ogni 45° e ad ogni 30° al lembo partendo dal polo nord.

(1) Nella seduta del 2 maggio 1926.

(2) *La Torre solare di Arcetri*, «Ingegneria», gennaio 1926.

(3) «Pubbl. Arcetri», Fasc. 39 a 42 e questi «Rendiconti», febbraio 1926.

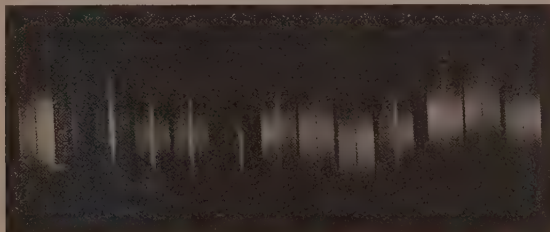
Con una posa di 12 secondi le fotografie eseguite si presentano come nelle due lastre T 95 e T 97, la prima (fig. 1) alla grandezza originale, la seconda (fig. 2) ridotta a tre quarti della grandezza originale. Secondo che il lembo è più o meno tangente alla fessura, lo spettro continuo che accompagna la riga $H\alpha$ compare naturalmente più o meno intenso, ma non sembra che questa circostanza abbia conseguenza sulla accennata dissimmetria. Ho anche constatato che non sembra avere alcuna influenza la diversa illuminazione del reticolo quando si usi lo spettrografo, per un determinato punto del bordo, nelle due posizioni possibili diverse di 180° . Nella fig. 1 la prima



— 32 W + 32 E — 32 W

fig. 1.

fessura venne collocata tangente al lembo, o esternamente al lembo da mezzo ad un millimetro, su due notevoli protuberanze antipodiche del 9 marzo 1926, che si trovavano rispettivamente alle latitudini -32° W e $+32^\circ$ E. Nella fig. 2 le tangenze al lembo sono state fatte di 30° in 30° di latitudine



0° 0 +30 +60 +90 +60 +30 -30 -60 -90 -60 -30 0°
E E E E N W W E E S W W W

Fig. 2.

partendo da 0° E fino a 0° W (9 marzo 1926). In corrispondenza di 30° E, su di una protuberanza, si nota una espansione della riga luminosa indicante una esplosione o « bomba » ⁽¹⁾ di idrogeno di una larghezza complessiva di 4.2 A.

(1) F. ELLERMAN, « Contrib. Mount Wilson Obs. » n. 141, 1917.

La misura della differenza di lunghezza d'onda fra la riga luminosa e la riga oscura venne eseguita con lo spettrocomparatore, puntando gli orli esterni ed interni delle componenti luminose ed ottenendo così, oltre alla detta differenza, anche la larghezza di ambedue le righe. Nella seguente tabella sono raccolti i risultati per ogni 45° di latitudine; si omettono i valori per ogni 30° che sono basati soltanto su due lastre.

TABELLA I.

Latitudine	Diff. λ in Ång. $H\alpha_3 - H\alpha_2$	Nr. oss.	Larghezza in Ång.			Altezza cromosf.
			$H\alpha_2$	$H\alpha_3$	$H\alpha_2 + H\alpha_3$	
+ 90° N	- 0.030 \pm 0.006	13	2.24	0.78	3.02	11". 1
+ 45 E	- 0.021 \pm 0.013	9	2.41	0.81	3.22	12 . 0
0 E	- 0.024 \pm 0.007	16	2.37	0.81	3.18	11 . 5
- 45 E	- 0.007 \pm 0.011	5	2.29	0.84	3.13	15 . 0 prot.
- 90 S	- 0.035 \pm 0.005	14	2.31	0.73	3.04	10 . 9
- 45 W	- 0.016 \pm 0.016	9	2.29	0.76	3.05	10 . 9
0 W	- 0.010 \pm 0.007	13	2.32	0.85	3.17	16 . 8 prot.
+ 45 W	- 0.014 \pm 0.009	8	2.39	0.77	3.16	25 . 3 prot.

Da questi risultati appare che la riga oscura $H\alpha_3$ è spostata rispetto alla riga luminosa $H\alpha_2$ verso il violetto di una quantità che, dato l'ammontare degli errori medi, si può considerare costante tutto intorno al bordo solare. Forse è in valore assoluto, maggiore ai poli che non alle altre latitudini, ma si deve ricordare che a queste le influenze perturbatrici si fanno più facilmente e notevolmente sentire, con movimenti radiali di carattere irregolare che possono contribuire a mascherare l'effetto generale e ad aumentare l'errore medio.

Alcune fotografie eseguite nel secondo ordine del reticolo di Rowland con una dispersione di 1 mm. = 1.07 Å, confermano lo spostamento della riga oscura verso il violetto, per quanto le misure riescano più difficili per il fatto che le componenti luminose terminano nello spettro continuo alquanto diffuse e quindi con poco contrasto (più larga e più diffusa in generale la componente rossa).

Da alcune misure delle posizioni relative delle righe $H\alpha_2$ e $H\alpha_3$ al lembo rispetto alla posizione di $H\alpha$ al centro, sembra essere la riga $H\alpha_2$ quella che è spostata dalla sua posizione normale, ma per decidere questo punto bisognerebbe fare un gran numero di misure per determinare alle

varie latitudini le componenti della velocità radiale, dovute alla rotazione solare, per ambedue le righe.

Osservazioni della riga $H\alpha$ nella cromosfera sono state eseguite da Adams e Burwell⁽¹⁾ che notano, non soltanto per questa riga, ma anche per le altre invertite, come le intensità delle due componenti luminose siano nella maggior parte dei casi uguali, e quando sono disuguali non sembra vi sia una preponderanza o della componente violetta o di quella rossa. Con la dispersione usata a Monte Wilson (1 mm. = 0.9 Å) la componente rossa di $H\alpha$ appare sdoppiata per la presenza di una intensa riga atmosferica a 6563.76 che cade al centro della componente luminosa e dà quindi l'apparenza di una riga doppia. Le lunghezze d'onda di queste componenti determinate dai detti Autori dal confronto con le righe di assorbimento dello spettro del lembo risultano:

$$V H\alpha_2 \ 6562.299$$

$$R_1 H\alpha_2 \ 6563.618$$

$$R_2 H\alpha_2 \ 6563.902$$

mentre la lunghezza d'onda per la $H\alpha$ data da Rowland è 6563.045. Confrontando questo valore con il medio della componente violetta e della componente rossa $\left(\frac{R_1 + R_2}{2}\right)$ se ne deduce che la riga della cromosfera è spostata di -0.015 rispetto alla sua posizione normale.

Per la riga K del calcio è stata invece trovata da St. John⁽²⁾ una dissimmetria analoga a quella sopra detta ma in senso opposto, cioè la componente oscura risulta spostata rispetto alla riga luminosa verso il rosso, con spostamenti massimi al centro del disco solare e via via decrescenti fino ad annullarsi al lembo. Questo fatto ha la sua spiegazione più naturale in un movimento di circolazione dei vapori di calcio, nel senso che il vapore produttore la riga K_1 discende con una velocità 1.14 km. per secondo, mentre quello produttore la riga di emissione K_2 sale con una velocità di 1.97 km. per secondo. Mentre una simile ricerca non si può fare per la riga $H\alpha_3$, perchè $H\alpha_2$ non si vede generalmente altro che al lembo, tuttavia è chiaro che ad un fenomeno di circolazione non si possono ricondurre gli spostamenti dati nella tabella I.

Notevoli dissimmetrie verso il rosso o verso il violetto, risultanti in spostamenti delle righe di emissione rispetto alla riga centrale di assorbimento, sono state recentemente studiate da King⁽³⁾ per alcuni metalli nell'arco ad alta intensità di corrente. Tali dissimmetrie sono probabilmente

(1) « Contrib. Mount Wilson Obs. », n. 95, 1915.

(2) Ch. St. JOHN, « Contrib. Mount Wilson Obs. », n. 48, p. 19 e segg., 1910; n. 54, p. 35, 1911.

(3) A. S. KING, « Contrib. Mount Wilson Obs. », n. 298, 1925.

causate dai forti campi elettrici locali dovuti alla presenza di numerosi ioni nel vapore emittente, e non pare che un analogo fenomeno possa presentarsi nella riga $H\alpha$.

Restano infine, come possibile spiegazione del fenomeno osservato, la dispersione anomala o la struttura fine della riga $H\alpha$. Riguardo a questa dalle ricerche di Merton⁽¹⁾ sembra probabile che $H\alpha$ sia costituita da tre o forse più componenti, che presentano grandi variazioni nelle loro intensità relative in diverse condizioni. Queste componenti si notano specialmente in un miscuglio di idrogeno ed elio, risultando la separazione delle due componenti principali di 0.145 Å e con la componente rossa più intensa nel rapporto 10:4.6. Come mi indica il prof. E. Fermi, dai dati di Merton, unitamente alla larghezza di $H\alpha_2$ e $H\alpha_3$, qui determinata, si può determinare l'intensità della riga risultante e confrontare così la dissimmetria calcolata con quella osservata, ma evidentemente le condizioni diverse che si hanno sul sole possono condurre a risultati discordanti anche se la causa della dissimmetria sia la medesima.

L'intensità e la larghezza di $H\alpha_2$ e $H\alpha_3$ sono certamente in relazione con la densità e temperatura del vapore che le produce e quindi possono servire a dare una misura dell'attività della cromosfera nei punti osservati. La misura di tali quantità è complicata dalla difficoltà di tenere il lembo solare esattamente tangente alla fessura dello spettrografo. Tuttavia se si confrontano osservazioni eseguite alle stesse date alla torre solare della larghezza di $H\alpha_2$ e $H\alpha_3$ e all'equatoriale di Amici, dell'altezza della cromosfera, misurata in secondi d'arco, si nota approssimativamente lo stesso andamento, con due minimi ai poli e un massimo nel quadrante ovest positivo, dove si trovavano in quei giorni delle protuberanze. Nella seconda parte della precedente tabella sono dati questi confronti risultanti da sei giorni di osservazione, compresi fra il 24 febbraio e il 12 marzo 1926.

È da credere che perfezionando il metodo di osservazione, per esempio con un sistema di prismi mobili avanti alla prima fessura⁽²⁾, si possa dalla larghezza della riga, dedurre le condizioni di attività della cromosfera e la loro possibile variabilità.

Per le righe $H\beta$ dell'idrogeno e H e K del calcio, sto eseguendo una ricerca analoga a questa; di più per la riga $H\alpha$ misurerò altresì l'intensità delle varie componenti e dello spettro continuo col microfotometro di Hartmann.

Pel momento credo si possa concludere che esiste nella cromosfera uno spostamento verso il violetto della riga di assorbimento $H\alpha_3$ rispetto a quella di emissione $H\alpha_2$ costante, o quasi, tutto intorno al lembo del sole, dell'ammontare medio di 0.020 unità Ångström.

(1) T. R. MERTON, *On the Structure of the Balmer Series*, «Proceed. R. Soc.», ser. A., vol. 97, p. 307, 1920.

(2) G. E. HALE e W. S. ADAMS. «Contributions Mount Wilson Obs.», n. 41, 1909.

La larghezza complessiva della riga $H\alpha_2$, dall'orlo V all'orlo R delle due componenti luminose, e quella della riga $H\alpha_3$, sono variabili e dalle precedenti osservazioni risultano in media:

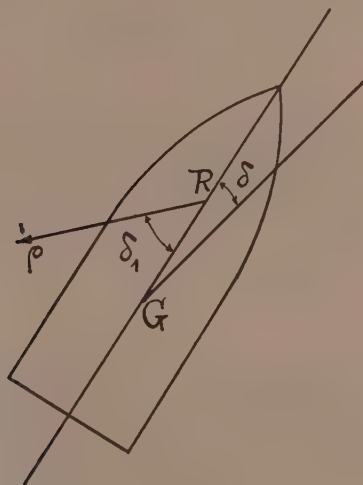
$$H\alpha_2 \quad 2.33 \text{ A}$$

$$H\alpha_3 \quad 0.79 \text{ A}$$

al confronto della larghezza media sul disco di 0.96 A data da Rowland.

Meccanica. — *Alcune nuove proprietà della precessione balistica.* Nota dell'ing. FILIPPO BURZIO, presentata⁽¹⁾ dal Socio T. LEVI-CIVITA.

Si consideri il secondo problema balistico, che studia il moto del proietto rispetto al proprio baricentro G. Si riferisca il proietto stesso alla terna di assi cosiddetta « intrinseca », o di Frénet, costituita dalla tangente, dalla normale principale e dalla binormale alla traiettoria di G. Nell'ipotesi



che questa traiettoria sia piana, il moto della terna di Frénet è noto, essendo una rotazione intorno alla binormale, con velocità angolare di modulo $-\frac{d\theta}{dt}$ (se θ sia l'inclinazione della tangente sull'orizzonte), data dal problema balistico principale, la cui soluzione determina, per l'appunto, il moto

(1) Nella seduta del 2 maggio 1926.

di G. È noto come, per effetto giroscopico, dovuto alla forte velocità di rotazione che il proietto possiede intorno al proprio asse di figura, questo fuoriesca dal « piano di proiezione » (piano della traiettoria di G) in cui giace inizialmente. Siano: δ l'angolo dell'asse di figura con la tangente; ψ l'angolo del « piano di resistenza » (piano individuato dall'asse e dalla tangente) col piano di proiezione. Gli angoli ψ e δ sono due dei tre noti angoli di Eulero; e precisamente, ψ è la cosiddetta *precessione*, δ è la *nutazione*.

Ciò posto, si può dimostrare⁽¹⁾ che, nell'ipotesi semplificativa che asse di figura, asse di rotazione istantanea e momento della quantità di moto coincidano (ipotesi giustificata dalla grande prevalenza della rotazione propria, posseduta dal proietto, su quella prodotta dalla resistenza dell'aria), le velocità di precessione e di nutazione balistiche hanno le seguenti espressioni:

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi}{dt} = \frac{\mathfrak{N}}{Cr \sin \delta} + \frac{d\theta}{dt} \frac{\sin \psi}{\tan \delta} \\ \frac{d\delta}{dt} = - \frac{d\theta}{dt} \cos \psi \end{array} \right.$$

dove: \mathfrak{N} sia la coppia perturbatrice dovuta alla resistenza dell'aria; C il momento di inerzia assiale del proietto; r la velocità di rotazione propria del proietto stesso.

Le (1) mostrano la differenza fra i problemi: balistico e di Lagrange-Poisson, o del giroscopio simmetrico (trottola), l'analogia fra i quali venne trasformata in identità dai primi studiosi della questione, attraverso l'ipotesi della *tangente fissa*. È noto, infatti, come, nella stessa ipotesi semplificativa che presiede alle (1) (r assai grande), la velocità media di precessione della trottola sia $\frac{\mathfrak{N}}{Cr \sin \delta}$; il termine correttivo: $\frac{d\theta}{dt} \frac{\sin \psi}{\tan \delta}$ nella prima delle (1) indica, e misura, l'errore che si commette identificando i due problemi.

Dalle stesse equazioni (1) possono dedursi alcune notevoli proprietà della precessione balistica⁽²⁾ che, a quanto ci consta, non sono state finora considerate.

All'origine della traiettoria la velocità di precessione del proietto è metà di quella della trottola⁽³⁾; la velocità di nutazione è uguale a quella di abbassa-

(1) Cfr. la mia Nota: *Sopra alcune formule del Mayevski relative al secondo problema balistico* (« Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino », vol. LIII, 1918).

(2) È uso in balistica chiamare « problema della precessione » quello che suppone la coincidenza dei tre assi di cui sopra; « problema della nutazione » la seconda approssimazione.

(3) S'intende, di una trottola avente lo stesso momento della quantità di moto (stessi C e r) e sottoposta a una coppia acceleratrice uguale (ciò che implica, per stessi δ e l , una massa m_1 tale che: $m_1 g = mcFk$; per la trottola, essendo $\delta_1 = \delta$, è $k_1 = 1$).

mento della tangente. Nel punto finale: $\theta = -\frac{\pi}{2}$ la velocità di precessione del proietto diventa uguale a quella della trottola; la velocità di nutazione si annulla.

Questa proprietà si dimostra facilmente osservando che gli angoli ψ e δ tendono a 0 col tempo t ⁽¹⁾; e che, per δ piccolo, si ha, com'è noto⁽²⁾, per il momento \mathfrak{N} della resistenza dell'aria ρ rispetto a G:

$$\mathfrak{N} = mcF(v) l k \delta,$$

essendo: m massa del proietto, c il coefficiente balistico francese; $F(v)$ la « funzione resistente » di Siacci, della velocità v di G; $l = GR$; $k = f'(0)$, se $\delta_r = f(\delta)$; dove, per $\delta = 0$, è $\delta_r = 0$; e, per δ piccolo, $k = \frac{\delta_r}{\delta}$.

Allora, trascurando le potenze di δ superiori alla seconda:

$$\frac{\mathfrak{N}}{Cr \sin \delta} = \frac{mc F l k}{Cr} = AF;$$

A è sensibilmente costante⁽³⁾.

Potremo scrivere pertanto, indicando con apici le derivate rispetto al tempo e con l'indice 0 i valori iniziali:

$$(2) \quad \psi'_0 = (AF)_0 + \theta'_0 \left(\frac{\sin \psi}{\tan \delta} \right)_0;$$

ora

$$\left(\frac{\sin \psi}{\tan \delta} \right)_0 = \left(\cos \psi \cos^2 \delta \frac{\psi'}{\delta'} \right)_0 = - \frac{\psi'_0}{\theta'_0},$$

poichè dalla seconda delle (1) si ha: $\delta'_0 = -\theta'_0$.

Risulta, sostituendo in (2): $\psi'_0 = \frac{(AF)_0}{2}$.

(1) Per δ_r si ha senz'altro: $\delta_{r=0} = 0$, poichè inizialmente asse di figura e tangente coincidono; per ψ , si osservi che il fenomeno giroscopico della fuoruscita dell'asse di figura da piano di proiezione avviene solo per effetto dell'abbassamento della tangente, e del suo divergere dall'asse di figura stesso, cosicchè inizialmente il piano di resistenza può considerarsi coincidente col piano di tiro ($\psi_0 = \sigma$), e nei primi istanti piccolo, sebbene cresca rapidamente.

(2) Cfr. p. es. CHARBONNIER, *Balist. exter. rationn.*, vol. II, p. 287, Ediz. Doin, Paris, 1907.

(3) Circa la costanza di r si vedano gli ordinari trattati di balistica; circa k e l si osservi che essi non tendono a 0 con δ : anzi, si ha sperimentalmente che k cresce leggermente, mentre l per δ piccolissimi ha già valori finiti, poichè, data la preponderante importanza della parte ogivale del proietto nel fenomeno della resistenza obliqua dell'aria, il centro di spinta R è generalmente compreso fra la base dell'ogiva e il vertice. (Cfr. la mia Nota: *Ricerche sperimentali sul regime aerodinamico dei proietti*, « Bollettino Tecnico », 21, Direzione Sperim. dell'Aviazione Militare, 1920).

Quanto al punto: $\theta = -\frac{\pi}{2}$, raggiunto per $t = \infty$, si ha subito dalle (1), ricordando l'equazione, nota dal problema balistico principale:

$$\theta' = -\frac{g \cos \theta}{v};$$

$$\theta'_{t=\infty} = 0 \quad ; \quad \delta'_{t=\infty} = 0 \quad ; \quad \psi'_{t=\infty} = (AF)_{t=\infty}.$$

*
* *

Poniamo:

$$(I) \quad \Omega = -\frac{AF}{\theta'} = \frac{AKv^3}{g \cos \theta},$$

(dove, com'è noto: $F(v) = Kv^2$): e sia $Q(a, b)$ il valore medio di Q nell'intervallo (α, β) , definito da: $Q(a, b) = \frac{\int_{\alpha}^{\beta} \Omega \sin \delta d\delta}{\cos \beta - \cos \alpha}$ (essendo a, b i valori di ψ corrispondenti ai valori α, β di δ).

Risulta dalla (I) che Q diminuisce fino al vertice della traiettoria ($\cos \theta = 1$), e cresce oltre il punto di velocità minima, avendo un minimo fra questi due punti. Nei casi pratici di proietti in servizio, Q diminuisce, in genere, più o meno rapidamente nel tratto iniziale, poi, lungo la maggior parte del percorso $\left(\frac{2}{3} \sim \frac{3}{4}\right)$ dello sviluppo angolare totale della traiettoria, nei casi da noi verificati), varia poco (variazioni massime dell'ordine del 20 %).

Abbiamo, dalle equazioni (1):

$$(3) \quad \frac{d \sin \psi}{d\delta} = \Omega - \frac{\sin \psi}{\tan \delta}.$$

La (3) è equazione differenziale lineare del 1° ordine. Il suo integrale è:

$$(3') \quad \sin \psi \sin \delta - \sin \psi_i \sin \delta_i = Q(\psi_i, \psi) (\cos \delta_i - \cos \delta)^{(1)},$$

(1) Devo alla cortesia del prof. Fubini la seguente osservazione. Posto:

$$\sqrt{\sin^2 \psi + Q^2} = R \quad ; \quad \frac{\sin \psi}{R} = \cos \alpha \quad ; \quad \frac{Q}{R} = \sin \alpha,$$

sarà, per la (3'): $\sin(\delta + \alpha) = \frac{\sin \psi_i \sin \delta_i + Q \cos \delta_i}{R}$. Dunque il secondo membro, in modulo, non supera 1, ossia dev'essere: $(\sin \psi_i \sin \delta_i + Q \cos \delta_i)^2 \leq \sin^2 \psi + Q^2$; disuguaglianza che si può scrivere:

$$(3'') \quad \sin^2 \psi - 2Q \sin \psi_i \sin \delta_i \cos \delta_i + Q^2 \sin^2 \delta_i - \sin^2 \psi_i \sin^2 \delta_i \geq 0.$$

Sviluppando $\sin \delta_i$ e $\cos \delta_i$ in serie, e trascurando i termini in δ_i^3 , si vede come la (3'') del Fubini contenga la condizione del radicando positivo in (4).

in ogni intervallo (ψ_i, ψ) in cui δ , e quindi anche $\cos \psi$, non si annullino. Sviluppando $\sin \delta$ e $\cos \delta$ in serie, trascurando i termini in δ^3 , e ricavando δ , si ha:

$$(4) \delta = \frac{1}{Q(\psi_i, \psi)} \left[\sin \psi \pm \sqrt{\sin^2 \psi - 2Q(\psi_i, \psi) \delta_i \sin \psi_i + Q^2(\psi_i, \psi) \delta_i^2} \right].$$

La (4) è dovuta al Mayevski⁽¹⁾. Da essa si trae che, per la realtà di δ , il radicando non può diventare negativo. Utilizzeremo l'equazione e la condizione suddetta per dimostrare altre proprietà della precessione balistica.

Fisica. — *Ancora sulla polarizzazione rotatoria magnetica in campo alternato.* Nota di E. PERSICO, presentata⁽²⁾ dal Socio CORBINO.

Per ricercare l'effetto del movimento elettronico sulla propagazione della luce⁽³⁾ partiamo dalle equazioni di Maxwell, che nel caso nostro si riducono alle seguenti

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \frac{4\pi}{c} j_x = -\frac{\partial \beta}{\partial \tau} & \frac{4\pi}{c} j_y = \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial \chi} & \frac{1}{c} \frac{\partial \beta}{\partial t} = -\frac{\partial X}{\partial \chi} \end{array} \right.$$

dove α, β, γ , sono le componenti del vettore magnetico, e j_x, j_y quelle della corrente elettrica, date da

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} j_x = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial X}{\partial t} + \sum e N x' = i\omega \left[\frac{1}{4\pi} M + \sum e N (P_0 + P_1) \right] e^{i\omega(t - \tau)} \\ j_y = \pm i j_x. \end{array} \right.$$

(1) Dalla (4) il Mayevski deduce poi:

$$(4') d\delta = \frac{1}{Q} \cos \psi d\psi \left[1 \pm \frac{\sin \psi}{\sqrt{\sin^2 \psi - Q\delta_i (2 \sin \psi_i - Q\delta_i)}} \right],$$

e, combinando con le (1):

$$(4'') \frac{d\psi}{dt} = 1 \pm \frac{\frac{AF}{\sin \psi}}{\sqrt{\sin^2 \psi - Q\delta_i (2 \sin \psi_i - Q\delta_i)}}$$

dove, finalmente, $\psi(f)$.

Le (4') e (4''), ottenute per derivazione della (4) considerandovi Q costante, costituiscono un punto debole del procedimento Mayevski. Noi dimostreremo, in altra Nota, ed in diverso modo, come la proprietà caratteristica della precessione balistica, dedotta dal Mayevski per questa via, sussista effettivamente, ma solo fino al vertice della traiettoria (cfr. Gener. N. MAYEVSKI, *Traité de Balist. extér.*, Paris, 1872, p. 171 e seg.).

(2) Nella seduta dell'11 aprile 1926.

(3) Vedi questi « Rend. », 3, (1926), fasc. 7.

La sommatoria si estende a tutte le specie di risonatori, ed N rappresenta il numero di risonatori di ciascuna specie per unità di volume. Eliminando α e β si ottiene dalle (11)

$$\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_x}{\partial t} = \frac{\partial^2 X}{\partial \chi^2} \quad \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_y}{\partial t} = \frac{\partial^2 Y}{\partial \chi^2}$$

e sostituendo nella prima di queste equazioni per j_x e X le espressioni (1) e (11) si ricava

$$M + 4\pi \sum eN(P_0 + P_1) = c^2 p^2 M$$

ossia

$$c^2 p^2 = 1 + 4\pi \frac{\sum eN(P_0 + P_1)}{M}.$$

L'equazione in j_y darebbe lo stesso risultato. Se si chiama n l'indice di rifrazione, e si suppone l'assorbimento non eccessivo (il che è necessario per la possibilità dell'osservazione) si sa ⁽¹⁾ che n^2 è la parte reale di $c^2 p^2$, quindi per uno dei versi di rotazione l'indice di rifrazione sarà dato da

$$n'^2 = 1 + \frac{4\pi \sum eN(a_0 + a_1)}{M}$$

e per l'altro verso dall'espressione ottenuta cambiando il segno di H_0 e quindi di a_1 cioè da

$$n''^2 = 1 + \frac{4\pi \sum eN(a_0 - a_1)}{M}.$$

Di qui si ricava, chiamando ora n la media di n' ed n''

$$n' - n'' = \frac{n'^2 - n''^2}{2n} = \frac{4\pi}{n} \sum \frac{eNa_1}{M}.$$

La rotazione del piano di polarizzazione per unità di spessore attraversato è

$$\delta = \frac{\pi}{\lambda} (n' - n'') = \frac{4\pi^2}{n\lambda} \sum \frac{eNa_1}{M}.$$

Si vede dunque che δ dipende solo da a_1 e non da b_1 , anzi, se entra in gioco una sola specie di risonatori, come supporremo, δ è proporzionale ad a_1 . Per a_1 abbiamo trovato l'espressione

(12)

$$a_1 = A e^{i\Omega t} = \frac{e^2 H \omega}{m^2 c} \frac{M}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \left\{ \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4\omega^2 \Omega^2] - 4i\beta \Omega \omega^2 [3(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4\omega^2 \Omega^2]}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4\omega^2 \Omega^2]^2} \right\}$$

(1) V. p. es., WOOD, *Physical Optics*, cap. XVII.

chiamiamo ora a_i^* il valore di a_i corrispondente a un campo costante uguale al valore istantaneo H : otterremo a_i^* ponendo $\Omega = 0$ nell'espressione precedente, e sarà

$$a_i^* = \frac{e^2 H \omega}{m^2} \frac{M}{(\omega_0 - \omega)^2}.$$

Potremo dunque scrivere la (12) sotto la forma

$$a_i = a_i^* \rho e^{-i\varphi} \quad \text{ossia} \quad \delta = \delta^* \rho e^{-i\varphi}$$

chiamando $\rho e^{-i\varphi}$ il modulo e l'argomento del numero complesso compreso tra le graffe. Essi hanno il seguente significato fisico: φ è il ritardo di fase con cui δ segue il campo, e ρ è il rapporto tra il valor massimo di δ a campo alternato e quello che si avrebbe con un campo costante uguale al valore massimo del campo alternato.

È interessante studiare il fenomeno in vicinanza della riga di assorbimento, cioè dove si può ritenere

$$\omega_0 - \omega = 2\omega(\omega_0 - \omega) = 2\omega\epsilon$$

(ponendo $\omega_0 - \omega = \epsilon$). Allora si ha

$$\rho e^{-i\varphi} = \frac{\epsilon^2(\epsilon^2 - \Omega^2) - i\beta\Omega(3\epsilon^2 - \Omega^2)}{(\epsilon^2 - \Omega^2)^2}$$

e quindi

$$tg\varphi = \frac{\beta\Omega}{\epsilon^2} \frac{3\epsilon^2 - \Omega^2}{\epsilon^2 - \Omega^2} \quad \rho = \frac{1}{\cos\varphi} \frac{1}{1 - \frac{\Omega^2}{\epsilon^2}}.$$

L'interpretazione di queste formule è la seguente.

Quando ϵ è grande rispetto a Ω , cioè per punti dello spettro lontani dalla riga di assorbimento, φ è assai piccolo e ρ vicinissimo a 1: quindi la rotazione è in ogni istante quasi identica a quella che si avrebbe in un campo costante, ossia segue le variazioni del campo con fedeltà praticamente assoluta. Ora facciamo diminuire ϵ , cioè avviciniamoci alla riga di assorbimento: ρ aumenta fino a divenire ∞ per $\epsilon = \pm\Omega$. Esistono dunque due punti dello spettro, corrispondenti alle pulsazioni $\omega_0 + \Omega$ e $\omega_0 - \Omega$, per i quali la rotazione è infinita: essi sono tanto più serrati alla riga di assorbimento quanto più lenta è la variazione del campo. Si noti che all'esterno dell'intervallo compreso tra questi punti critici l'effetto del campo alternato è maggiore dell'effetto di un campo costante. Quanto allo sfasamento φ esso, all'esterno del detto intervallo, è positivo e minore di 90° , cioè la rotazione è in ritardo sul campo, ritardo che, partendo da 0, tende a 90° avvicinandosi ai due punti critici. Otrepassando questi punti, $tg\varphi$

rotazione ρ che si hanno in vicinanza di essi. Ciò rende pienamente ragione dei risultati delle esperienze del prof. Corbino che, eseguite con luce visibile attraversante solfuro di carbonio, cioè in regioni spettrali lontane da ogni riga di assorbimento, non hanno rivelato alcuna differenza tra l'effetto medio dovuto a un campo alternato e quello prodotto da un campo costante equivalente.

Una differenza si potrebbe solo constatare operando con alte frequenze in estrema vicinanza di una riga d'assorbimento, e analizzando spettralmente la luce con mezzi di alto potere risolutivo (ovvero operando con luce sensibilmente monocromatica): osservando, in altre parole, non la polarizzazione rotatoria normale, ma l'effetto Macaluso-Corbino in un campo rapidamente alternato.

Fisica. — *Sul limite di risoluzione degli apparati spettroscopici.*
Nota di V. RONCHI, presentata dal Socio A. GARBASSO.

Sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Fisica-Chimica. — *I risultati delle ricerche fisico-chimiche compiute nelle crociere della R. Nave « Marsigli » nello stretto di Messina.* Nota di M. PICOTTI, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Geodesia. — *Determinazione astronomica di latitudine e azimut eseguita a Capo Noli nel 1911.* Nota di UBALDO BARBIERI, presentata ⁽¹⁾ dal Corrisp. GINO LORIA.

Nell'estate del 1911 fu da me intrapreso, con una prima stazione al semaforo di Capo Noli, lo svolgimento di un programma di osservazioni astronomiche di latitudine ed azimut, in vertici di prim'ordine, distribuiti presso il meridiano di Mondovì.

Una grave sciagura domestica avendomi obbligato a sospendere il mio lavoro, e il suo proseguimento essendomi stato successivamente impedito dalla guerra, soprassedei nella pubblicazione dei risultati conseguiti nelle prime stazioni. Avendo finalmente potuto riprendere l'anno passato la serie delle mie osservazioni, inizio ora il resoconto delle determinazioni compiute nella presente Nota, cui altre ne seguiranno a breve intervallo.

(1) Nella seduta del 2 maggio 1926.

La stazione di Capo Noli, i cui risultati formano oggetto di questa pubblicazione, fu eseguita dalla fine di luglio al 12 agosto 1911: precederono le osservazioni di latitudine, seguirono quelle di azimut, su di una mira luminosa, collocata ex-centro, nel vertice di prim'ordine di Monte Settepani.

Lo strumento adoperato fu un universale Pistor e Martins, a cannocchiale eccentrico, gentilmente concessomi a prestito dal R. Istituto Idrografico della R. Marina in Genova, e già da me precedentemente adoperato nelle determinazioni astronomiche eseguite nella Specola geodetica dell'Università di Genova (vedi questi Rendiconti 1910).

A riparo, durante le osservazioni, servì un casotto in legno da me fatto costruire allo scopo, dimostratosi, in questa stazione e nelle successive, e ancora oggi, eccellente sotto ogni rapporto.

Completarono il corredo strumentale un cronometro Kullberg a tempo siderale, un cronografo Cavignato a punta, ed un barometro Fortin, il tutto appartenente all'Istituto di Geodesia dell'Università di Genova.

DETERMINAZIONE DELLA LATITUDINE.

Il vertice trigonometrico di Capo Noli corrisponde all'asse del moncone dell'antica asta semaforica, che trovasi nell'interno di un piccolo ambiente del semaforo. Il pilastro d'osservazione venne eretto sul piazzale adiacente al fabbricato; gli elementi per la sua riduzione al centro, determinati, risultarono i seguenti

$$e = 6^m, 195$$

$$\epsilon = 178^{\circ} 52' 32''.$$

Le osservazioni si protrassero dal 29 luglio al giorno 8 agosto, spesso molestate da condizioni atmosferiche avverse.

Il metodo seguito fu quello di Sterneek delle distanze zenitali in meridiano, ed allo scopo si ripartirono in sette gruppi 56 stelle fondamentali, le cui posizioni furono tolte dal B. A. J. in guisa, come si usa, che per ogni stella la distanza zenitale non dovesse oltrepassare i 30° , e che in ogni gruppo fosse piccola la somma algebrica delle distanze zenitali.

Alla prima condizione non soddisfecero soltanto

$$\alpha \text{ Ophiuci } \zeta = + 31^{\circ} 34'$$

$$73 \text{ Draconis } \zeta = + 30^{\circ} 26'$$

per la seconda si ebbe

$$\text{Gruppo I, } \Sigma \zeta = - 3^{\circ} 02'$$

$$\text{» II, } \Sigma \zeta = - 1^{\circ} 58'$$

$$\text{» III, } \Sigma \zeta = + 5^{\circ} 20'$$

$$\text{Gruppo IV, } \Sigma \zeta = - 2^{\circ} 39'$$

$$\text{» V, } \Sigma \zeta = - 5^{\circ} 05'$$

$$\text{» VI, } \Sigma \zeta = + 4^{\circ} 07'$$

$$\text{Gruppo VII, } \Sigma \zeta = - 4^{\circ} 53'.$$

Non insisteremo sulle modalità ben note del metodo; diremo solo che gli elementi di riduzione in centro, preventivamente calcolati, e l'azimut noto di un vertice geodetico di 3° ordine circostante, permisero di tenere pressochè rigorosamente lo strumento in meridiano, come le successive determinazioni di azimut lasciarono accertare.

I risultati complessivi sono riassunti nello specchio seguente:

Gruppo	28 luglio	29 luglio	30 luglio	1 agosto	2 agosto	7 agosto	8 agosto	Medie	Num. delle osserv.
	44°. 11'	44°. 11'	44°. 11'	44°. 11'	44°. 11'	44°. 11'	44°. 11'	44°. 11'	
1°		34". 6 (5)						34". 60	5
2°	35". 0 (8)	35". 9 (8)		35". 8 (8)				35". 57	24
3°	36". 9 (7)	35". 3 (6)	35". 6 (6)	34". 4 (6)			35". 5 (8)	35". 58	33
4°	36". 6 (7)	35". 6 (8)	36". 1 (8)	36". 7 (8)	33". 6 (8)	35". 4 (8)	33". 3 (8)	35". 31	55
5°	34". 9 (8)	35". 8 (8)	33". 6 (8)	34". 3 (7)	35". 0 (7)	34". 6 (8)	35". 1 (8)	34". 76	54
6°				34". 0 (7)	36". 7 (8)	35". 0 (8)		35". 30	23
7°						35". 9 (6)	37". 6 (8)	36". 87	14
Medie	35". 79	35". 52	35". 05	35". 12	35". 10	35". 18	35". 38	35". 33	208

Se si assume come risultato finale, la media ponderata dei valori elencati nella penultima colonna, coi pesi rappresentati dai numeri di osservazioni riportati nell'ultima, si ottiene

$$\varphi = 44^{\circ} 11' 35'', 33.$$

Applicando a questo valore la riduzione in centro

$$\Delta \varphi = - 0'', 19,$$

si trova per la latitudine di Capo Noli (centro) come risultato di 208 osservazioni meridiane

$$\varphi = 44^{\circ} 11' 35'', 14 \quad m = \pm 0'', 21$$

(Epoca 1911, 58).

DETERMINAZIONE DELL'AZIMUT DELLA DIREZIONE CAPO NOLI-MONTE SETTEPANI.

Le osservazioni per queste determinazioni seguirono immediatamente quelle della latitudine, dal giorno 8 al 12 agosto.

L'apparato diottrico, consistente in una ordinaria lampada Lépaute fu collocato in prossimità del punto trigonometrico, alla sommità del Monte Set-

tepani, e sul pilastrino ex-centro, che servì per la stazione che nel settembre successivo si tenne in detto vertice.

Il metodo seguito fu quello della misura dell'angolo fra la Mira e la Polare, trasmettendo al cronografo gl'istanti del puntamento di quest'ultima. Le osservazioni, distribuite in gruppi di otto ciascuna, quattro col cerchio zenitale a sinistra e quattro col cerchio a destra, si seguirono secondo lo schema MPPM, MPPM; si ebbero in tal modo quattro valori dell'azimut, costituenti una serie; osservata di poi una serie successiva, in identiche condizioni strumentali, si reiterava il cerchio di 45° . La correzione dell'orologio fu determinata col metodo di Döllén.

I risultati ottenuti, corretti per l'aberrazione diurna, si riassumono nello specchio seguente

Data	Reiterazione	Azimut	C_m	C_p	$C_m - C_p$
8 Agosto	0°	$288^\circ. 12'. 11''. 9$	$- 9''. 5$	$- 14''. 3$	$+ 4''. 8$
» »	»	$11''. 7$	$- 9''. 2$	$- 13''. 6$	$4''. 4$
11 »	45°	$08''. 6$	$- 9''. 0$	$- 12''. 8$	$3''. 8$
» »	»	$11''. 4$	$- 9''. 4$	$- 12''. 9$	$3''. 5$
12 »	90°	$10''. 0$	$- 9''. 7$	$- 12''. 6$	$2''. 4$
» »	»	$10''. 8$	$- 9''. 7$	$- 12''. 8$	$3''. 1$
» »	135°	$07''. 7$	$- 10''. 0$	$- 13''. 1$	$3''. 1$
» »	»	$08''. 2$	$- 10''. 9$	$- 13''. 2$	$2''. 3$

La media dei valori osservati nelle diverse sere, dà in definitiva come risultato finale

$$A = 288^\circ 12' 10'', 04 \pm 0'', 59.$$

RIDUZIONE AL CENTRO TRIGONOMETRICO.

Per riportare al centro C le osservazioni compiute in S, sul pilastro d'osservazione, determinata, come già si disse, l'eccentricità $e = 6^m, 195$ ed altresì l'angolo $\varepsilon = 178^\circ 52' 32''$, si dedusse, con differenza dall'azimut osservato A, l'angolo α_0 , azimut della direzione SC

$$\alpha_0 = 109^\circ 19' 38''. \quad /$$

Infine, le successive determinazioni eseguite al Settepani avendo portato per l'angolo δ al valore

$$\delta = 0'', 25,$$

ne conseguì

correzione per il centramento della direzione $\left(\frac{e \operatorname{sen} \varepsilon}{s \operatorname{arc} 1''}\right) =$	+ 0'', 43
correzione per la convergenza dei meridiani fra S e C	
$\left(\frac{e \operatorname{sen} \alpha_0}{N \operatorname{arc} 1''} \operatorname{tg} \varphi\right) =$	+ 0'', 19
correzione per la correzione al centro della Mira al	
Settepani =	— 0'', 25
	<hr/>
	$\Delta A = + 0'', 37$

Questa correzione complessiva, applicata al valore precedentemente ottenuto dà come risultato finale:

Azimut astronomico della direzione Capo Noli-Monte Settepani

$$A = 288^{\circ} 12' 10'' 41 \pm 0'', 59$$

(Epoca 1911, 59).

ATTRAZIONE LOCALE.

Confrontando i precedenti valori osservati della latitudine e dell'azimut, con gli analoghi valori geodetici, comunicatimi dall'Istituto Geografico Militare si ottiene

Latitudine di Capo Noli	astronomica . .	$\varphi_a = 44^{\circ} 11' 35''. 14$
	geodetica . .	$\varphi_g = 35''. 07$
		<hr/>
		$\varphi_a - \varphi_g = + 0''. 07$
Azimut della direzione Capo Noli - Settepani	astronomico . .	$A_a = 288^{\circ} 12' 10''. 41$
	geodetico . .	$A_g = 11' 53''. 74$
		<hr/>
		$A_a - A_g = + 16''. 67$

Ne conseguono per le due componenti dell'attrazione locale i valori

$$\xi = \varphi_a - \varphi_g = + 0'', 07 \quad \eta = (A_a - A_g) \cotg \varphi_a = + 17'', 15$$

ed ancora, dalle relazioni

$$\operatorname{tg} A = \frac{\eta}{\xi} \quad , \quad \Theta = \frac{\xi}{\cos A} = \frac{\eta}{\operatorname{sen} A}$$

$$A = 89^{\circ} 45' 57'', 92$$

$$\Theta = 17'', 15$$

quale azimut ellissoidico e quale valore dell'attrazione locale nel vertice di Capo Noli.

Geologia. — *Primi risultati di nuove ricerche negli affioramenti permiani del bacino del Sosio (Palermo).* ⁽¹⁾ Nota di RAMIRO FABIANI, presentata ⁽²⁾ dal Socio G. DAL PIAZ.

Lo scorso anno dedicaì parecchie escursioni alla regione immediatamente a sud di Palazzo Adriano nella quale trovansi i celebri giacimenti permiani della Sicilia, la cui ricca e svariata fauna venne primieramente fatta conoscere da G. G. Gemmellaro ⁽³⁾. M'ero prefisso anzitutto di metterne in chiaro le condizioni di giacitura, le quali, stando alle indicazioni dei vari autori, non apparivano molto chiare e, a giudicare anche dalla Carta Geologica al 100.000 della Sicilia del R. Ufficio geologico, risultavano comunque assai singolari. Sopra tutto attirava l'attenzione la circostanza che, secondo i più, gli spuntoni del Permiano erano isolati in mezzo a formazioni *eoceniche* così da rappresentare delle specie di *Klippen*, riguardabili come residui di una falda di carreggiamento ⁽⁴⁾.

Fino dalle prime ricerche sul terreno ebbi però occasione di constatare che le condizioni di giacitura sono ben altre, come rilevavo in una breve nota preliminare pubblicata l'anno passato ⁽⁵⁾. Le successive ripetute indagini, estese anche ad una larga area circostante, confermarono sempre meglio, col sussidio di nuovi elementi di fatto, i risultati iniziali.

Premetto che il Permiano, detto della Valle del Sosio, nè affiora lungo il torrente omonimo nè è formato di un grande lembo come indica la su ricordata carta geologica, bensì viene a giorno qualche chilometro più ad est lungo la valle del torrente di S. Calogero, che nasce tra M. Rose e M. Pietra Fucile, e si presenta smembrato in pochi spuntoni isolati, il cui numero, secondo le indicazioni del Gemmellaro (l. c.) era di tre in tutto. Queste tre minuscole isole, formate specialmente di calcari di scogliera, sono note coi nomi di *Rocca di S. Benedetto*, *Rupe del Passo di Burgio* e *Pietra di Salomone*.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Geologico della R. Università di Palermo.

(2) Nella seduta del 2 maggio 1926.

(3) GEMMELLARO G. G. *La Fauna dei calcari con Fusulina della valle del fiume Sosio*. «Giorn. di Sc. Nat. ed Econ.», Palermo, 1887 a 1896.

(4) I più espliciti a questo riguardo sono i professori Lugeon ed Argand che così si esprimono: *Le gisement célèbre de calcaire carbonifère de Palazzo Adriano repose sur l'Eocene moyen. C'est le seul fragment primaire (et combien petit) conservé à la base des masses charriées*. «C. R. Ac. d. Sc.», 30 avril 1906.

(5) FABIANI R., *Osservazioni preliminari sulle condizioni di giacitura del Permiano della valle del Sosio*. «Boll. Soc. Sc. Nat. ed Econ.», Palermo, 1925, n. 3.

Il Gemmellaro descriveva le due prime come circondate in gran parte da strati del Trias, mentre per la Pietra di Salomone, che è la maggiore e la più meridionale, affermava che: «sorge attraverso rocce dell'Eocene medio, le quali ammantano tutta quella contrada». Da questa affermazione trasse evidentemente origine l'idea, meglio diffusasi negli anni a noi più vicini, che si tratti di frammenti di una falda di ricoprimento «galleggianti» sull'Eocene.

Le mie ricerche mi hanno invece dimostrato che la rocca di Salomone, al pari delle altre due, è rinserata fra depositi del Trias (marne, argille, con intercalazioni di calcari lastriformi ad Halobie e Posidonomie), più o meno intensamente piegati e disturbati, ma con una disposizione d'insieme che rivela i residui di una cerniera anticlinale deformata e spezzata.

Perchè costituite di banchi calcarei di grande spessore, le formazioni dell'Eopermico non poterono prender parte all'intenso e complicato ripiegamento, al quale si prestarono invece benissimo i depositi argillosi e calcarei a lastre sottili del Trias, e perciò si frantumarono in blocchi, che nel processo del corrugamento vennero spinti per un certo tratto attraverso alla sovrastante massa triasica, nell'insieme assai plastica, entro la quale appaiono ora isolati e senza radici.

Aggiungerò che le supposte «argille scagliose» del Terziario inferiore ricordate dal Gemmellaro e che affiorano presso il lato orientale della Pietra di Salomone, sono le argille con interstrati calcarei ad Halobie e Posidonomie della parte bassa del Trias siciliano, che troppo spesso vennero confuse con le formazioni simili dell'Eocene. E quanto ai creduti «depositi nummulitici», che sono invece depositi a Lepidocline ed altri fossili del Miocene, se per effetto dell'incuneamento della massa di Pizzo Mondello tra la Pietra Fucile e il M. Rose furono portati assai vicini alla Pietra di Salomone, lungi dal venire a contatto con essa, come si ammetteva, ne restano sempre distanziati dall'interposta serie di strati triasici, per un tratto almeno di 250 metri.

Senza fermarmi ulteriormente su questi e su altri fatti relativi alle condizioni di giacitura degli affioramenti permiani della Sicilia occidentale e sulle circostanze che possono aver determinate le condizioni stesse, ciò che formerà oggetto di uno studio più dettagliato e convenientemente documentato da illustrazioni e dati paleontologici, accennerò ai risultati finora avuti dalla ricerca di fossili in un nuovo giacimento.

Esaminando, ancora nelle prime escursioni dell'anno passato, i vari blocchi calcarei, qua e là affioranti nella valle di S. Calogero e specialmente in prossimità della Rocca di S. Benedetto, pei quali tutti le ricerche di G. G. Gemmellaro erano state infruttuose, ho avuto la ventura di trovare uno spuntone di calcare permiano riccamente fossilifero, col quale vien portato a quattro il numero degli affioramenti.

Detto spuntone, che chiamerò « *Rupe di S. Calogero* », sorge a breve distanza, verso NNO, dalla Rocca di S. Benedetto, tra questa e il torrente di S. Calogero.

Concessomi da S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione, al quale esprimo la mia riconoscenza, un adeguato sussidio, mi fu possibile eseguire negli scorsi mesi di marzo e di aprile una prima serie di scavi nella Rupe di S. Calogero, traendone ricca messe di fossili. La fauna è costituita da Fusulinidi (*Schwagerina* e rarissime *Fusuline*), Poriferi, Corallari, Brachipodi, Briozoi, Crinoidi, Molluschi e Crostacei e rivela nelle sue caratteristiche l' *habitat* di scogliera, presentando nell'insieme le maggiori affinità con la fauna fornita dalla parte superiore e sud-est della Pietra di Salomone.

Faccio seguire l'elenco delle specie finora determinate, per buon numero delle quali la classificazione poté riuscire più agevole e più precisa avendo a disposizione gli originali illustrati da G. G. Gemmellaro:

— *Cyathocrinus goliathus* Waag., *C. cfr. indicus* Waag.

— *Enteleles Oelberti* Gem., *E. elegans* Gem., *E. contractus* Gem., *E. Haugi* Gem., *E. obsoletus* Gem., *E. meridionalis* Gem., *E. microphocus* Gem., *Productus graciosus* Waag., *P. cfr. spiralis* Waag., *P. hemisphaerium* Kut., *P. (Marginifera) transversus* Waag., *P. (M.) typicus* Waag., *Richtofenia sicula* Di Stef., *R. communis* Di Stef., *Geyerella Gemmellaro* Schellw., *G. distorta* Schellw., *Megarhynchus Marii* Gem., *Meekella irregularis* Schellw., *Spirifer siculus* Gem., *S. Battus* Gem., *Spiriferina Margaritae* Gem., *S. Margaritae* var. *consanguinea* Gem., *S. tornata* Gem., *S. Salomonensis* Gem., (= *S. rupicola* Gem.), *S. elegantissima* Gem., *Martinia orbicularis* Gem., *M. Bittneri* Gem., *M. umbonata* Gem., *M. bisinuata* Gem., *M. triquetra* Gem., *M. polymorpha* Gem. (= *M. variabilis* = *M. aziformis* Gem.), *Reticularia lineata* Gem., *R. Caroli* Gem., *R. convexiuscula* Gem., *R. cfr. affinis* Gem., *R. inaequilateralis* Gem., *Retzia ambigua* Gem., *Rhynchonella sosisensis* Gem., *Rh. Negrii* Gem., *Rh. Carapezzae* Gem., *Uncinulus amor* Gem., *U. siculus* Gem., *Rhaztina lepton* Gem., *Hemiptychina pygmaea* Gem., *Rostranteris exile* Gem., *R. sinuatum* Gem., *R. inflatum* Gem., *R. gibbosum* Gem., *Fenestella cfr. perelegans* Waag.

— *Pleurotomaria Mariani* Gem., *P. Neumayri* Gem., *Chrysostoma planulatum* Gem., *Bellerophon lamellosus* Gem., *Naticopsis onchiliformis* Gem., *Aviculopecten acanthicum* Gem., *Agathiceras Suessi* Gem., *A. ? tornatum* Gem.

— *Pseudophillipsia parvula* Gem., in sch., *Oonocarcinus insignis* Gem., *Cypridella Jonesi* Gem., *Cypridina cfr. primaeva* M. Coy, *Palaeopemphix affinis* Gem.

Le su riportate specie di Crinoidi e di *Productus* e poche altre d'altri generi non erano state prima d'ora segnalate nell'Eopermico siciliano.

Chiudo questa Nota con un augurio, che la parte resta essere una promessa, che possa completarsi finalmente l'illustrazione della ricca fauna permiana della Sicilia: i Foraminiferi, le Spugne, i Coralli, i Crinoidi, i Briozoi e ancora non pochi Brachiopodi e Molluschi restano da far conoscere. Non è lieve impresa, ma sarebbe grandemente utile e degna della memoria dell'illustre paleontologo palermitano G. G. Gemmellaro.

Fisiologia. — *Come si modifici la conduttività elettrica della ghiandola sottomascellare durante la sua attività funzionale.* II Nota del dott. ENOCH PESERICO, presentata ¹ dal Corrisp. C. FOÀ.

Proseguendo nello studio della resistenza elettrica della ghiandola sottomascellare durante l'attività funzionale ho sostituito alla corrente continua correnti di misura alternate della frequenza di 50.000 e 100.000 periodi al secondo.

Il metodo consiste essenzialmente nel registrare per mezzo di un dispositivo noto come voltmetro di Abraham, le variazioni di tensione alternativa che hanno luogo agli estremi della ghiandola, attraversata dalla corrente, quando varii la sua resistenza.

È il principio del metodo di Philippson ²; ma mi valgo ancora come strumento indicatore del galvanometro di Einthoven.

La corrente alternata è fornita da un oscillatore a valvole. Di questi ho sperimentati modelli diversi. Il migliore è forse quello descritto dal Gutton ⁴, che dà una corrente sinusoidale senza armoniche.

Sui particolari del metodo riferirò nella pubblicazione in stampa. **RISULTATI.** — L'esame degli elettrogrammi ottenuti con corrente di misura della frequenza di 100.000 periodi dimostra come alla stimolazione della corda del timpano segua una serie di variazioni che hanno lo stesso ordine e lo stesso senso di quelle, già descritte ⁵, che s'osservano quando si usi della corrente continua e del ponte di Wheatstone. Solo l'intensità è diversa, e cioè molto minore.

Questo risulta evidente quando si faccia successivamente, e sulla stessa ghiandola, la registrazione delle variazioni di resistenza alla corrente con-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Milano diretto dal prof. Carlo Foà.

(2) Nella seduta del 2 maggio 1926.

(3) PHILIPPSON, «C. R. Soc. Belge Biol.», 83, 1393, 1920.

(4) GUTTON, *La lampe à trois électrodes*. Parigi, 1923, p. 36.

(5) Comunicazione fatta nella seduta del 6-7-1926 della Soc. di Biologia Sperimentale. Sez. di Milano.

tinua e all'alternata, regolando la tensione del filo del galvanometro così da mantenere costanti le condizioni di sensibilità.

Sovrapponendo i due elettrogrammi è evidente nel secondo la riduzione dell'ampiezza delle variazioni rispetto al primo. La riduzione si fa nella stessa proporzione a carico di tutte le parti della curva.

Nella ghiandola affaticata i rapporti tra l'ampiezza e la durata della prima fase, di diminuzione, e la successiva, di aumento di resistenza, sono gli stessi che per la corrente continua; la seconda fase s'accentua mentre s'attenua la prima.

La resistenza della ghiandola è di molto diminuita in paragone della resistenza alla corrente continua, di circa la metà.

Alla frequenza di 1.000.000, e con una sensibilità di un mm. per un ohm, le variazioni di resistenza sono scomparse. In condizione di maggiore sensibilità (due mm. per un ohm), tali che se si usa la corrente continua il filo del galvanometro devia così da uscir dal campo, si riesce ancora a vedere che gli elementi della curva sono tutti conservati, ma l'ampiezza delle oscillazioni è enormemente ridotta.

La resistenza della ghiandola a questa frequenza diminuisce ancora.

È evidente dunque che le variazioni di resistenza della ghiandola che seguono la stimolazione della corda del timpano vanno diminuendo col crescere della frequenza della corrente di misura e scompaiono a frequenze superiori a 1.000.000.

Nella nota precedente ho prospettata e sostenuta con qualche argomento una interpretazione provvisoria dei fatti osservati che ora conviene rivedere.

Ho ammesso che la diminuzione di resistenza che si osserva nella prima fase, che s'inizia prima della secrezione della saliva, si potesse riferire ad un aumento di concentrazione degli elettroliti dovuto alla scissione dei granuli di zimogeno accumulatisi nell'interno della cellula ghiandolare durante il riposo: ciò sarebbe stato in accordo coi dati istologici che dimostrano appunto la scomparsa dei granuli durante l'attività della ghiandola.

La fase successiva, durante la quale la resistenza della ghiandola va aumentando, fase che coincide con la secrezione salivare, ammise invece che fosse da riferirsi ad un aumento della semipermeabilità delle membrane cellulari e più precisamente del polo vascolare.

L'uno e l'altro fatto, in accordo con vedute espresse da Höber e da Bayliss sul possibile meccanismo della secrezione salivare, avrebbero dato ragione in modo soddisfacente dell'ultima fase del processo.

È possibile mantenere ora, seppure in via d'ipotesi, una spiegazione simile?

La resistenza della ghiandola, e dei tessuti in genere, è la somma di più elementi: la resistenza elettrolitica, la resistenza delle membrane, la resistenza di polarizzazione.

Ciascuno di questi elementi varia in modo diverso col variare della frequenza della corrente di misura. Mentre la resistenza elettrolitica rimane pressochè costante, le altre due tendono a zero col crescere della frequenza.

Per questo la resistenza totale della ghiandola va diminuendo.

La resistenza di polarizzazione, restando costanti tutte altre condizioni, varia col variare della permeabilità delle membrane cellulari, è dunque un indice dello stato di queste.

Se la diminuzione di resistenza osservata nella prima fase fosse dovuta ad una modificazione della resistenza elettrolitica della ghiandola, non vi sarebbe motivo perchè la corrispondente deviazione del galvanometro andasse scomparendo col crescere della frequenza, dovrebbe invece accentuarsi⁽¹⁾.

Ma se quella diminuzione di resistenza si riferisce invece ad una modificazione dello stato delle membrane, si comprende perchè alle alte frequenze l'effetto s'attenui e la deviazione del galvanometro tenda ad annullarsi.

In base alle considerazioni esposte dunque sembra doversi ammettere che ambedue le variazioni di resistenza che si verificano successivamente, e in senso contrario, nella ghiandola stimolata si debbano attribuire a modificazioni dello stato delle membrane cellulari, e nessuna delle due a variazioni della resistenza elettrolitica.

Allora anche l'interpretazione proposta dell'attenuarsi della prima fase e del contemporaneo accentuarsi della seconda, nella ghiandola stimolata a lungo, come effetto dell'esaurirsi della riserva di zimogeno, non regge più e non è più chiaro il nesso tra la diminuzione della pressione osmotica della saliva successivamente secreta e lo squilibrio fra le due fasi.

Così il problema dei rapporti tra le due fasi deve essere impostato su altre basi e non è più facile pensare ad un'azione degli elettroliti, liberatisi per effetto dello stimolo, sullo stato delle membrane.

In fine il meccanismo dell'ultimo atto della secrezione, per cui si determina una corrente d'acqua dal sangue al dotto salivare mi sembra sia ora difficile di pensarlo conforme allo schema di Bayliss.

(1) Se in due conduttori la cui resistenza è R ed r , fra gli estremi dei quali esiste una differenza di potenziale di un volt, si fa variare di una stessa quantità r' la resistenza, le corrispondenti variazioni di intensità, cui sono proporzionali le deviazioni del galvanometro, saranno:

$$\frac{r'}{R^2 + Rr'} \quad \text{e} \quad \frac{r'}{r^2 + rr'}.$$

$$\text{Supposto } R > r, \text{ sarà } \frac{r'}{R^2 + Rr'} < \frac{r'}{r^2 + rr'}.$$

Con un dispositivo sensibile a variazioni di resistenza di un ohm e con la misura alla frequenza di 1.000.000, che dà una resistenza il cui valore è assai vicino alla pura resistenza elettrolitica, si è in condizioni di notevole sensibilità. Ora senza escludere che la concentrazione molecolare nell'interno della cellula possa variare per effetto dello stimolo, è da pensare che la variazione debba esser notevole per darci ragione da sola del movimento della saliva: tanto più se si pensa che la saliva può uscire con una pressione che può giungere a 240 mm. di Hg.

Se questa pressione fosse dovuta esclusivamente alla produzione nell'interno della cellula di sostanze osmoticamente attive la resistenza elettrolitica della ghiandola dovrebbe variare in modo sensibile.

Per averne un'idea si può vedere come varii la conduttività di una soluzione di NaCl al 0,9 % quanto se ne aumenti la concentrazione in modo che la pressione osmotica aumenti di 200 mm. di Hg.

A 18° la pressione osmotica di una soluzione di NaCl 0,9 % è uguale a 5454 mm. Hg e la sua resistenza specifica è circa 72 ohm, una soluzione 0,93 % ha alla stessa temperatura una pressione di 5654 mm. Hg e una resistenza specifica di circa 68 ohm. Quindi per un aumento di pressione di 200 mm. Hg c'è una variazione della resistenza specifica di 4 Ohm.

Siamo dunque dentro i limiti di sensibilità del metodo, e ciò conferma le considerazioni sopra esposte.

Zoologia. — *Le migrazioni dei tonni studiate per mezzo degli ami.* Nota di M. SELLA, presentata dal Corrisp. F. RAFFAELE.

Sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Biologia vegetale. — *Sulla improduttività del pistacchio in Sicilia.* Nota di GIULIO SAVASTANO, presentata ⁽¹⁾ dal Socio R. PIROTTA.

La Sicilia produce la migliore qualità di pistacchio (colore, grossezza e gusto della mandorla) da essere ritenuta nei mercati mondiali come la regione monopolistica di tale derrata. L'estensione complessiva dei pistacchieti siciliani si aggira intorno ai 4000 Ha., con una esportazione di circa 2000-2300 Q. e con una media, abbastanza scadente, di mezzo quintale per ettaro. Dall'esame dei dati produttivi di circa un trentennio, ottenuti dalla Ducea di Bronte, si può ritenere, come criterio di massima, che in un decennio si ha solamente una buona produzione, tre mezze produzioni, le altre quasi nulle. Si è proceduto per due anni consecutivi all'esame dei pistacchieti con produzioni scadenti; ed in tal caso si presenta imponente la quantità di frutto completamente vuoto, si da raggiungere l'80 % del totale. Si è ritenuto utile quindi indagare sulla causa di tale fenomeno in relazione ad altre cause biologiche, che impediscono frequentemente una buona produzione.

Esperienze sul polline. — Le migliori germinabilità, come mezzo nutritivo, si sono ottenute in soluzioni acquose di saccarosio al 15-18 % e con temperatura di laboratorio dai 20-25 C. Gli altri zuccheri danno risultati inferiori, specialmente il galattosio. Un mezzo nutritivo, adoperato per la prima volta nelle esperienze del genere per maggiore rassomiglianza con le secrezioni stigmatiche, è stato il miele. Esso veniva raccolto dall'alveare, sottoposto a sterilizzazione frazionata e disciolto in soluzioni acquose da 5 a 30 %: il 12 % rappresenta l'*optimum* come mezzo nutritivo. La percentuale di germinabilità, come media di diverse determinazioni, è la seguente: terebinto 67 %, pistacchio 56 %; il pistacchio ibrido presenta due gruppi, uno a germinabilità buona 47-52 %, l'altro a germinabilità scadente 27-31 %.

La longevità pollinica, eseguita con determinazioni giornaliere, varia da 15 a 20 giorni, per polline raccolto poco prima della deiscenza delle antere e conservato alla temperatura di laboratorio 20-25 C.

Il medesimo polline esposto all'aria libera in scatole di Petri perde il potere germinativo solamente dopo due giorni; nelle medesime condizioni esposto alle radiazioni solari perde il potere germinativo dopo poche ore.

Se il maschio del terebinto sia o no efficiente nella impollinazione del pistacchio. — Per molto tempo fu ritenuto dai pratici che il terebinto maschio costituiva il naturale impollinatore del pistacchio e nell'innestare i boschi di terebinto si tralasciavano molti maschi non innestati per l'impollinazione.

(1) Nella seduta del 2 maggio 1926.

Successivamente si riconobbe un migliore potere fecondante del pistacchio maschio. Attualmente il terebinto rimane, in molte località ancora, come impollinatore unico o complementare del pistacchio maschio. Per potere stabilire in linea sperimentale quale il valore colturale da attribuire al terebinto maschio, si sono eseguite le seguenti esperienze d'impollinazione artificiale su *Pistacia vera* ♀, comparativamente con polline di terebinto, pistacchio vero e pistacchio ibrido.

Ciascuna infiorescenza veniva protetta, molto prima della deiscenza pollinica, con un sacchetto molto largo di carta oleata e paraffinato sulla cucitura.

In molti casi per maggiormente accertare la nessuna influenza di polline estraneo si usavano due sacchetti di dimensioni diverse, collocandoli l'uno nell'altro. L'impollinazione si operava nel momento della maggiore recettività pollinica degli stigmi.

TAVOLA I.

Polline adoperato	N° infiorescenze impollinate	N° frutti ottenuti	% frutto pieno	% frutto semivuoto	% frutto vuoto
<i>Pistacia Therebinthus</i>	91	1075	27 %	20 %	53 %
<i>Pistacia hybrida</i> (1)	37	357	51 %	9 %	40 %
<i>Pistacia hybrida</i> (2)	50	460	17 %	7 %	76 %
<i>Pistacia vera</i>	70	980	65 %	12 %	23 %

L'affinità del polline del terebinto, come impollinatore del pistacchio, risulta, secondo tali esperienze, molto limitata, mentre in paragone il naturale impollinatore (maschio del pistacchio) dà una percentuale di frutto pieno molto superiore. Gli ibridi si comportano in maniera diversa: un gruppo (1) dà una buona percentuale di frutto pieno, mentre l'altro (2) si manifesta anche inferiore al terebinto.

TAVOLA II.

Impollinazione artificiale su Pistacia hybrida.

Polline usato	N° infiorescenze impollinate	N° frutti ottenuti	% frutto pieno	% frutto vuoto
P. <i>Therebinthus</i>	41	2280	45 %	55 %
P. <i>vera</i>	23	1528	37 %	63 %
P. <i>hybrida</i> (prov. dalla stessa semina della p. foem. impollinata)	51	2448	58 %	42 %

Da tali dati pare possa dedursi che per un gruppo di ibridi provenienti da semina di Pistacia vera, influenzati nell'impollinazione da polline di terebinto, la migliore affinità pollinica è dimostrata per il maschio proveniente dalla stessa semina, cui segue in ordine decrescente il terebinto ed il pistacchio vero.

Causa del vuoto e del semivuoto. — La caratteristica del frutto vuoto non è particolare della specie coltivata P. vera, ma si estende a tutte le specie del genere, come risulta dalle seguenti determinazioni eseguite con semi di diverse provenienze:

TAVOLA III.

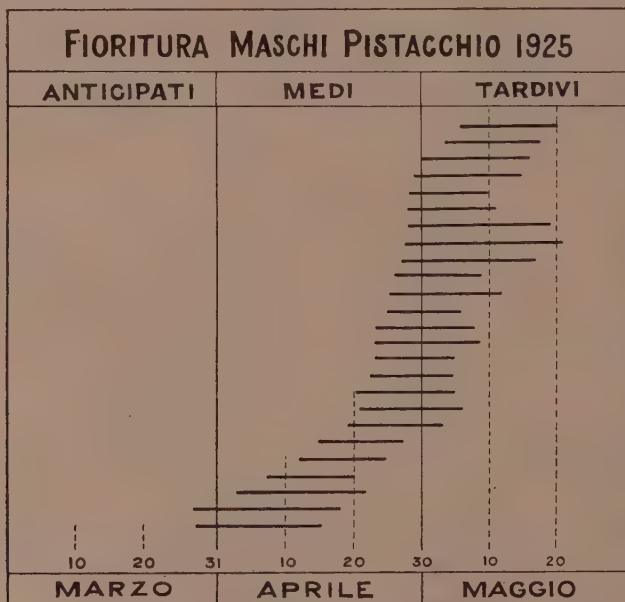
Specie esaminata	Provenienza del frutto	Quantitativo	% frutto vuoto	Osservazioni
P. vera	Malta	gr. 20	53 %	Produzione 1924 Produzione 1925
	Catt. Eraclea	» 5550	10 %	
	» »	» 2500	12 %	
P. hybrida	Acireale	» 7200	37 %	
	Malta	» 20	46 %	
	Acireale	» 500	54 %	
P. Therebinthus	Malta	» 20	59 %	
	Acireale	» 2500	47 %	
	»	» 1800	67 %	
P. chinensis	Washington	» 74	—	frutto scelto pieno
P. atlantica	Tripoli	» 2400	29 %	
P. integerrima	Lahore (India)	» 450	41 %	
P. Lentiscus.	Malta	» 20	27 %	

Per potere poi stabilire che la causa del vuoto, più che ad un fenomeno di aborto ovulare, era dovuta a mancanza d'impollinazione principalmente, si è proceduto durante la scorsa primavera alle seguenti esperienze. In Cattolica Eraclea ed in Acireale (loc. Ammalati) quasi contemporaneamente si racchiudevano delle gemme di infiorescenze femminili in due sacchetti di carta, l'uno nell'altro, molto prima che le infiorescenze maschili fossero in boccia. Ciascuna infiorescenza o gruppi di esse veniva scelto in piante diverse. Per ciascuna pianta si è ottenuto un numero variabile di

frutti vuoti, presso a poco identico al numero dei frutti di altre infiorescenze testimoni non protette.

Cattolica Eraclea . . .	$\left\{ \begin{array}{l} \text{N}^{\circ} \text{ frutti vuoti per pianta e per} \\ \text{infiorescenze o gruppi di esse} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 15-57-41-36-84-26-65- \\ 25-29-28-120-54-5 \end{array} \right\}$
Acireale (loc. Ammalati)		
	id.	$\left\{ \begin{array}{l} 29-31-47-71-13-13-29- \\ 41-19-28-21-27-33-13- \\ 25-102-17 \end{array} \right\}$

Il semivuoto si presenta con maggiore frequenza nella zona vulcanica, ed è dovuto ad arresto di sviluppo per deficienza di umidità nel terreno, presentandosi con maggiore frequenza nelle annate secche.



Maschi anticipati, medi, tardivi. - È ben noto nella letteratura il carattere proterandro della specie coltivata Pistacchio, da me riscontrato anche nel terebinto. Molti autori attribuiscono a tale caratteristica la causa delle mancate produzioni. Nello stabilire la percentuale di vuoto la mia attenzione fu richiamata sul Pistacchieto Spoto in Cattolica Eraclea, ove il vuoto era ridotto ad una percentuale trascurabile per due anni consecutivi. Durante la scorsa primavera si è proceduto in tale pistacchieto ad uno studio comparato dei maschi, ivi presenti in grande abbondanza, determinando per quelli che avevano delle caratteristiche diverse, l'inizio e la fine della fioritura, come risulta dal grafico seguente, in cui, ciascuna linea rappresenta la durata della fioritura delle singole piante esaminate.

Il periodo di recettività pollinica per il 1925 e per la località in esame viene a coincidere al 12-25 di aprile, per le diverse varietà presenti. Nella medesima pianta e per le diverse infiorescenze dura presso a poco 6-8 giorni, nella medesima infiorescenza da uno a tre giorni.

Circa la metà dei maschi esaminati nel grafico sono ibridi, il valore culturale dei quali occorre determinarlo sperimentalmente, essendovene alcuni ottimi, non solo perchè tardivi, ma anche per qualità polliniche, mentre altri sono pessimi. Allo stato attuale delle conoscenze non può darsi alcun criterio di differenziazione per la scelta dei maschi.

L'importante però è di potere stabilire che dove il vuoto è ridotto a quantità trascurabili, si ha la presenza di maschi la cui fioritura, come è dimostrato dalla tav. IV, dura quasi 50 giorni.

Differenti condizioni ecologiche nei centri produttivi con tipi culturali diversi:

Distinguo in Sicilia i seguenti:

<i>Tipi culturali di pistacchietti</i>	p. di trasformazione su terebinto . . .	p. della zona vulcanica (Bronte)
		p. di altre zone (Girgenti, Caltanissetta)
	p. di seme . . .	<p>p. con semi di pistacchio vero: <i>terreni fertili</i></p> <p>p. con semi di pistacchio ibrido: <i>terreni scadenti</i></p>

Tali tipi culturali per condizioni meteoriche e di terreno sono talmente diversi da determinare, anche a prescindere dai risultati preliminari, accennati nella presente nota, differenze in produzione, in qualità ed in rendimento in prodotto sgusciato.

Conclusioni:

1° Il terebinto maschio come impollinatore presenta scarsa affinità sul pistacchio. Buona norma sarà quindi innestare a maschi di pistacchio tutti i terebinti, con tipi di sicura efficienza produttiva nota in località prossime.

2° La causa del vuoto è da attribuirsi principalmente alla mancata fecondazione, in special modo dovuta a mancanza di polline, più che a circostanze meteoriche avverse o ad aborto ovulare.

3° La efficienza produttiva, oltre che da fattori ecologici particolari, è in proporzione diretta del numero dei maschi presenti nel pistacchietto, della equilibrata distribuzione di essi, delle buone qualità polliniche, e del diverso periodo di fioritura.

4° Un reale progresso si può ottenere in Sicilia innestando nei pistacchietti, maschi di origini diverse, ibridi o non, e provenienti da località diverse, nella proporzione delle piante femmine da 1 : 4, a 1 : 6.

5° Procedendo all'innesto di tante selve di terebinto, che rimangono ancora incolte, procedendo a nuovi impianti con pistacchietti da seme, modificando quelli esistenti agli effetti del numero dei maschi, si potrebbe aumentare di molto la produzione del pistacchio, che costituisce una delle fonti di ricchezza meridionale. Potendo oggi assicurare una produzione più costante con il pistacchietto da seme coltivato, il reddito di tale coltura occupa uno dei primi posti nelle coltivazioni arboree più redditive della Sicilia.

Embriologia generale. — *Mancata chiusura del blastoporo e successivo sviluppo di ova segmentate di « Rana esculenta » sottoposte a rapida centrifugazione.* ⁽¹⁾ Nota del Dr. P. PASQUINI, presentata ⁽²⁾ dal Corrisp. F. RAFFAELE.

Gli effetti che si verificano durante lo sviluppo delle ova sottoposte alla centrifugazione, sono stati da tempo meta di numerose osservazioni volgenti a dimostrare sia la polarità delle ova, sia recentemente la specificità dei blastomeri; i risultati ottenuti indussero ad ammettere una disposizione determinata di speciali sostanze organo-formatrici nel germe che, a misura che questo si evolve, si distribuiscono nei singoli blastomeri.

Sperimentatori specialmente americani quali il Morgan, Lyon, Konopachi, Spooner, Lillie, Hegner, Concklin ecc., e, in Italia, il Sanzo centrifugarono ova ancora non segmentate di diverse specie animali. Alcuni ebbero a materiale ova di anfibî (*Rana*), di Echini, di Policheti; altri ancora, ova di alcune specie di Anellidi, di Insetti, di Molluschi, di Pesci ecc. Al provocato sconvolgimento di tutta la massa plasmatica dell'ovo, corrispose un mutamento della sua polarità e, di conseguenza, della sua regolare segmentazione. Così l'Hertwig in ova di *Rana* centrifugate, illustrò una segmentazione parziale meroblastica invece della normale oloblastica e il Sanzo ed altri Aa., con lo stesso mezzo, provocarono, in ova di echino, segmentazioni disuguali come nelle ova polari.

Per l'attribuzione di una spiccata potenzialità e specificità ai blastomeri sono veramente interessanti alcune esperienze della scuola bolognese del Prof. Ruffini. Una sua allieva, la Bagini, in una nota preliminare (1923) e in un esteso lavoro (1925) ⁽³⁾ espose alcuni effetti di particolare interesse ottenuti mediante la centrifugazione di ova segmentate (blastula) di *Bufo* e di *Rana* dalle quali si sviluppavano larve con anomalie alla regione

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Zoologia della R. Università di Roma.

(2) Nella seduta del 16 maggio 1926.

(3) « Monit. Zool. Ital. » XXXIV, 4, 1923; « Arch. Ital. di Anatomia e Embriologia », vol. XXII, fasc. 1, 1925.

cefalica, larve con appendici cilindriche del tronco e larve idropiche. Fra le più interessanti anomalie riscontrate, specialmente localizzate al capo delle larve, l'A., osservò l'avvenuta formazione di due tubi midollari e di due notocorde. La Bagini ne trasse la conclusione che: « il destino di un blastomero o di una parte del germe è funzione della loro specificità e posizione »; e che, riporto sempre le parole dell'A.; « spostando per mezzo della centrifugazione un numero variabile di blastomeri dalla loro sede naturale, nella blastula, essi riprodussero, nella nuova sede, parti di quello stesso organo che avrebbero pure formato se fossero restati nella loro posizione normale ».

Ho premesso queste notizie che riguardano più da vicino i miei risultati dimostranti un fatto, a mio parere di un certo interesse che consiste nella mancata scomparsa del tappo vitellino (tappo di Ecker, tappo endodermo-vitellino di Ruffini) nelle gastrule originatesi da ova centrifugate durante la segmentazione.

*
* *

Le mie esperienze furono condotte su ova all'inizio della segmentazione; in segmentazione progredita (blastule); allo stadio del primo solco falciforme dorsale ed infine su altre con tappo vitellino. Riservandomi, a lavoro ultimato, di trattare per esteso alcuni fenomeni che succedono alla centrifugazione e nel successivo sviluppo delle ova prese in queste diverse condizioni, mi limito per ora a richiamare l'attenzione sul più saliente fatto verificatosi regolarmente nello sviluppo di una parte delle blastule centrifugate.

Gruppi numerosi di blastule, presso a poco allo stesso stadio, venivano centrifugate per 20 minuti alla velocità di 2000 rotazioni al r', essendo, prima di iniziare l'operazione, ben certo (ciò è stato fatto in tutte le undici esperienze, ciascuna su 300-500 ova) che, nelle provette della centrifuga, le ova si trovassero disposte nella loro ganga gelatinosa come di consueto, cioè con il polo oscuro in alto e quello chiaro in basso: in tal modo si poteva sapere esattamente secondo quale direzione agiva l'azione turbatrice determinata dalla rapida rotazione.

Ad azione ultimata le ova sono introflesse nel polo oscuro dove presentano una concavità più o meno accentuata che non raggiunge l'equatore e sul fondo della quale si notano dei bitorzoletti e delle goccioline di liquido fuoriuscito dalla cavità blastulare. L'introflessione avvenuta al polo animale dell'ovo, che somiglia ora ad una scodellina, è stata causata dalla forza che ha agito perpendicolarmente al piano equatoriale dell'ovo in cui ha determinato lo schiacciamento. La regione contenente materiale più leggero (polo superiore), è stata condotta ad introflettersi nel polo chiaro e, d'altro canto, alcune lievi ernie di deutoplasma apparse in questo punto,

stanno a dimostrare che il materiale deutoplasmatico, più pesante, è stato spinto dalla forza centrifuga verso la periferia dell'ovo da dove in qualche caso ha tentato di fuoriuscire.

Una percentuale del 2-5 % di queste ova andava a male alcune ore dopo la centrifugazione; la maggior parte invece seguita il suo sviluppo mentre la concavità del polo superiore diventa per gradi meno sensibile, ma non scompare del tutto. Le ova sono perciò alquanto modificate essendo esse schiacciate al polo superiore.

Dopo circa 24 ore le ova hanno il solco falciforme dorsale, e più tardi il tappo vitellino sporge con una lieve eccentricità, dal blastoporo. In una parte minima di ova il tappo vitellino si estese enormemente fin quasi a raggiungere l'equatore ricordando quel che avviene nei cosiddetti « embrioni anulari » [Hertwig, Morgan] e non dimostrò alcuna tendenza ad approfondarsi; nessuna di queste ova sopravvisse e per disfacimento esse andarono a male.

48 a 56 ore dopo, le ova sono allungate secondo l'asse antero-posteriore dell'embrione così che l'asse di geopolarità viene a trovarsi ora perpendicolare all'asse organico. Il tappo vitellino non accenna ad approfondarsi nel germe, chè anzi esso sporge dai labbri del blastoporo con una superficie fortemente convessa sparsa qua e là di tumoretti simili a piccole ernie. Le stesse condizioni permangono nella regione del blastoporo quando alla superficie superiore delle ova (superficie dorsale dell'embrione) appare la traccia di un lieve sollevamento mediano longitudinale secondo l'asse cefalo-caudale e quindi si forma la placca neurale.

L'abbozzo dell'organo adesivo che, nelle ova normali, compare quasi contemporaneamente alla placca è in questo caso più tardivo. Le prime tracce di esso si hanno allorchè si sono sviluppate le pieghe midollari e la piega trasversale cerebrale. Il margine dorsale del blastoporo, quando la doccia midollare non è ancora chiusa, appare come bilobato e i lati del suo labbro dorsale si continuano con le pieghe neurali. In questo stadio molte ova vanno a male, ma nel 15-20 % di esse si ha la formazione del tubo neurale, quindi quella della regione cefalica, del tronco e della coda; gli organi adesivi si differenziano ulteriormente, e si sviluppa nettamente il bottone caudale al disopra del blastoporo ancora aperto con il tappo vitellino sporgente. Nei giorni successivi lo sviluppo del capo, del tronco e della coda è alquanto progredito ma il tappo vitellino o rimane tale, o diviene lievemente meno cospicuo. Le larve seguitano a svilupparsi fino a presentare, ai lati del capo, gli abbozzi branchiali: in alcune di esse il tappo vitellino sporgente al disotto della coda si disgrega e in parte viene nascosto dai margini del blastoporo che proliferando all'interno, tendono a chiudere l'apertura che in molti casi infine scompare (vedi la fig. 1).

*
* *

Il mancato approfondimento del tappo vitellino da me riscontrato in numerosissimi casi e descritto succintamente, si riconduce allo stesso fatto descritto dal Ruffini nella sua « *Fisiogenia* » in due ova di *Bufo* di raccolte normali. Le ova del Ruffini sono molto simili per alcuni caratteri agli stadi attraversati nello sviluppo dalle blastule che hanno subito la centri-

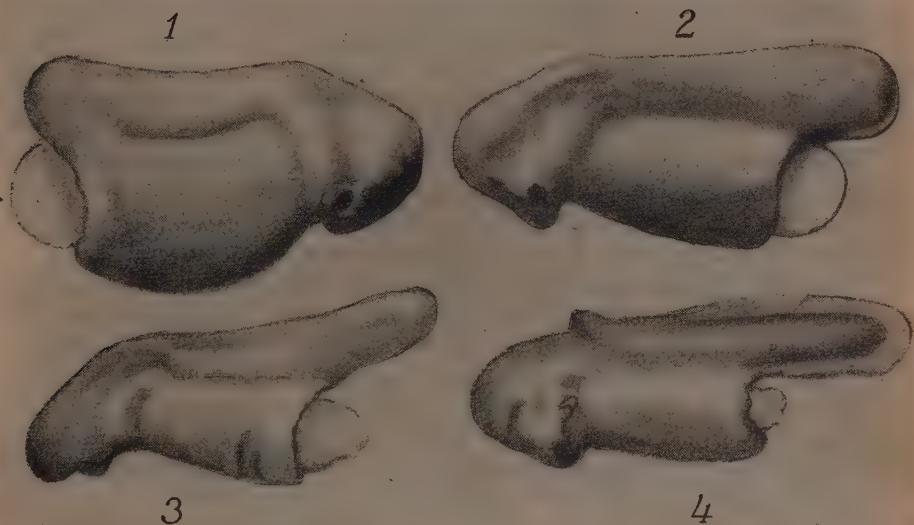


Figura 1. — Quattro larve appartenenti a stadi successivi di sviluppo di blastule centrifugate: 1, più giovane; 4, più avanzata. Il tappo vitellino è in tutte presente.

fugazione. Qualche differenza si rivela tra esse e le mie nella forma del tappo che, mentre in quelle è introflesso a coppa e frastagliato ai margini, nei miei casi è sporgente con una superficie convessa sui limiti un poco rientranti del blastoporo. Anche la Bagini (loc. cit.) accenna che uova centrifugate, quando il tappo vitellino era piccolissimo, svilupparono la doccia neurale con il tappo ancora presente che di poi cadde.

Ma la grande ed essenziale analogia del fenomeno, nei miei e nei casi del Ruffini, sta nella mancata chiusura del blastoporo che nell'ovo A di Ruffini è contemporanea alla formazione della doccia neurale; nell'ovo B, alla linea primitiva e alla doccia; nelle mie ova contemporanea alle dette

formazioni e permanente nel successivo sviluppo. I miei reperti sperimentali illustrano perciò più ampiamente i casi del Ruffini.

Le turbe verificatesi in seno alla blastula per opera della centrifugazione hanno dunque causato il mancato approfondamento nel germe dei blastomeri costituenti il tappo vitellino. *E indipendentemente dalla chiusura del blastoporo si è avuta la formazione della placca neurale, della doccia neurale, del tubo midollare; poi la formazione del capo, del tronco e della coda; in altri termini lo sviluppo delle forme del corpo non è stato per nulla turbato dal mancato avvenimento.*

Vi è quindi una netta indipendenza fra approfondamento del tappo vitellino, formazione della placca neurale e più in generale, i processi di sviluppo del capo e della coda, nè si può parlare di una obbligata successione dei fenomeni.

Si potrebbe chiedere ai fatti osservati il perchè del mancato approfondamento del tappo vitellino, ma se è pur lecito pensare che, sotto l'azione della forza che ha agito, il deutoplasma sia stato spinto verso la parete nei blastomeri periferici del tappo, le cui attività, forse per una concentrazione maggiore di tuorlo in essi determinatasi, sono state interrotte, purtuttavia questa non è un'intera spiegazione della mancata scomparsa del tappo nel germe. Normalmente questo fenomeno, che spiegazioni meccaniche hanno tentato di chiarire, è determinato, secondo Marchetti (1), da un attivo movimento sticotropico delle cellule endodermiche della superficie esterna del tappo che spingono conseguentemente le cellule vitelline nell'interno del germe: si potrebbe pensare che nelle ova centrifugate lo sticotropismo sia venuto a mancare e i blastomeri nei quali la disposizione del deutoplasma è stata sconvolta, paralizzati nella loro attività, siano divenuti impotenti a portarsi indentro nel germe.

Ho portato a conoscenza questi fatti che concordano pienamente con le conclusioni del Ruffini e le affermano in modo tangibile. Il Ruffini in base ai due casi osservati, a pag. 473 della sopradetta sua opera afferma: « lo studio di questi due casi ci ha dunque pienamente confermato: 1° che il blastoporo, la linea primitiva e la doccia neurale possiedono una indipendenza genetica incontrastabile e un significato anatomico e fisiologico assai diversi; 2° che il terzo tempo della gastrulazione (invaginazione del tappo endodermo-vitellino), può essere anch'esso arrestato per gravi turbe che colpiscono le attività cellulari deputate a compiere la funzione dell'invaginazione stessa; 3° che la testa dell'embrione non comparisce sul margine del labbro dorsale del blastoporo, ma in un punto diametralmente opposto ».

Ho voluto riportare per intero queste conclusioni di cui — senza addentrarmi per ora in una sottile disamina o in una discussione delle diverse

(1) « Monit. Zool. Ital. », XXVIII, 1917.

interpretazioni intorno la chiusura del blastoporo; le regioni somatogene dei suoi labbri; la teoria della concrescenza — la seconda c' interessa più da vicino: l'arresto del terzo tempo della gastrulazione per gravi turbe che colpiscono il germe!

È quel che è accaduto nei miei casi; essi dunque più che avere un semplice valore teratologico, ci indicano che le forme del corpo dell'embrione si sviluppano indipendentemente dalla chiusura del blastoporo e dall'approfondamento del tappo vitellino.

Batteriologia. — *Sulla microflora del silò italiano.* Nota del prof. COSTANTINO GORINI, presentata ⁽¹⁾ dal Socio R. PIROTTA.

Chiamo *silò italiano* quel metodo di infossamento dei foraggi che si fonda sulle mie ricerche, le quali ebbero l'onore di essere segnalate dalla R. Accademia dei Lincei nel Concorso al Premio Reale per le Scienze Biologiche del 1915 (Rel. Pirotta) e di essere coronate con una Medaglia d'Oro dall'*Académie d'Agriculture de France* nel 1923 (Rel. Lindet).

Queste ricerche che datano dal 1904¹ e furono poi convalidate da numerosi autori nazionali ed esteri, hanno dimostrato che vi è sempre un rapporto intimo fra la fisionomia microbica di un silò e la qualità del foraggio che essa racchiude; che i silò meglio riusciti sono quelli in cui predominano i fermenti lattici; essi si conservano a lungo senza odori sensibili e sono vantaggiosi tanto per il bestiame quanto per il latte e i suoi prodotti. All'incontro, quando questi fermenti lattici fanno difetto, vi predominano dei fermenti butirrici putridogeni e gassogeni che sono dannosi sotto tutti i punti di vista. Le condizioni per il predominio della microflora lattica oppure butirrica stanno specialmente nella temperatura e nel grado di umidità dei foraggi infossati. Per ottenere dei silò che offrano le maggiori garanzie bisogna infossare foraggi semiessicati, entro fosse impermeabili, e sottoporli ad una compressione energica (almeno dieci quintali per metro quadrato) affine di escludere il più possibilmente l'aria e di limitare l'innalzamento della temperatura che deve stare fra 40° e 45° C.

Questi principi fondamentali trovano conferma nelle applicazioni pratiche che, mercè la collaborazione sagace di tecnici e di agricoltori, vanno diffondendosi e perfezionandosi in Italia, di guisa da assicurare oramai che il nuovo metodo di insilamento presenta sugli antichi sistemi vantaggi indiscutibili così nei riguardi zootecnici come nei riguardi caseari. Anche all'estero e particolarmente negli Stati Uniti dell'America del Nord, presso le *Agricultural Experiment Stations* del Wisconsin e del Missouri, si è co-

(1) Nella seduta del 2 maggio 1926.

minciato ad sperimentare con successo "the italian method of ensiling,, e si è constatato un miglioramento sensibile in confronto ai silo preparati, come d'ordinario, con foraggi umidi e surriscaldati².

Una documentazione scientifica di questi vantaggi scaturisce dai controlli batteriologici che io perseguo da tempo sistematicamente sui silò italiani di diverse tenute e in particolare della tenuta modello del compianto nobile cav. Luigi Allocchio di Crema, il quale ha voluto dimostrare la propria ammirazione riconoscente verso il nuovo metodo, legando l'anno scorso un lascito di un milione di lire al R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere per l'incremento delle applicazioni batteriologiche alla zootecnia e al caseificio³. I risultati dei suddetti controlli sono del tutto soddisfacenti tanto dal punto di vista della quantità quanto da quello della qualità della microflora, anche indipendentemente dall'inoculazione di culture pure di fermenti lattici che fino dal 1907 ho proposto ed sperimentato con successo.

Nel silò italiano la microflora è molto ridotta; la sua ricchezza varia naturalmente secondo la natura, il grado di maturanza e l'umidità dei foraggi, secondo la temperatura raggiunta, secondo il grado di compressione etc. ; ma in qualunque caso il numero dei batteri presenta fin dai primi giorni una diminuzione progressiva che arriva fino alla metà e ad un terzo dell'originaria e ciò ancora dopo parecchi mesi di conservazione, mentre nei silò ordinari il numero va aumentando in pochi giorni fino a cento e a mille volte e, pur riducendosi in seguito, si conserva anche dopo 2-3 mesi sempre più alto dell'iniziale.

La qualità della microflora del silò italiano è singolare, direi quasi, caratteristica. Vi ha, come dissi, una prevalenza assoluta dei fermenti lattici; però questi sono rappresentati non solamente dai fermenti lattici comuni, cioè da lattococchi e lattobacilli non sporigeni, ma altresì da quel tipo bacillare sporigeno acido presamigeno che io ho descritto sotto il nome di *Bacillus acidificans presamigenes casei* nel formaggio (1904⁴) e nel silò (1907⁵) come una varietà acidoproteolitica del gruppo del *B. Subtilis*. Bacilli simili furono poi trovati nell'intestino (Kruse⁶ 1910), nel latte (Lasca⁷ 1914) nella panna (Sandelin⁸ 1919) e più recentemente in diverse sorta di cacio (Grimmer⁹ nel Tilsitt 1921, Hücher¹⁰ nel Cheddar 1922, Sadler e Kelly¹¹ nel Kingston 1922 e altri), donde deriva una nuova corroborazione alla mia teoria acidoproteolitica sulla maturazione del formaggio. Ho incontrato numerosi silos le cui culture d'arricchimento in latte mostravano quasi esclusivamente questi bacilli sporigeni in simbiosi con fermenti lattici comuni, con assenza di batteri antagonisti e segnatamente dei temibili fermenti butirrici.

Questa condizione privilegiata del silò italiano è stata riconosciuta dal prof. R. Burri di Berna che ne ha voluto analizzare due campioni dell'annata 1924; ed egli è pure uno scrupoloso ricercatore dei fermenti butirrici, condividendo le mie apprensioni circa la loro perniciosa influenza casearia.

Per verità, devo confessare che risultati così fortunati non sono abbastanza frequenti; parecchi silos che mi si affermavano preparati secondo il nuovo metodo hanno rivelato una sopravvivenza subdola di fermenti butirrici in quantità sufficiente per riuscire pericolosi, se non alla conservazione dei foraggi, certamente al caseificio e in particolare alla fabbricazione di formaggi delicati quale il tipo Emmenthal. Tuttavia, risalendo alle cause di questi insuccessi che chiamerò *parziali* (perchè siamo sempre ben lontani dai deplorati silò a microflora prevalentemente butirrica), ho potuto attribuirle sempre ad una applicazione difettosa del metodo, vale a dire o ad un essiccamento insufficiente o, più spesso, ad una compressione inadeguata dei foraggi. La compressione può peccare per due vie; essa può essere troppo sollecita, precoce in guisa da impedire il desiderato previo riscaldamento del foraggio a 40°45° C., temperatura la più favorevole al rapido impianto della fermentazione lattica destinata a inibire la microflora antagonista; oppure essa può essere insufficiente, inferiore al minimum di 10 quintali per metro quadrato, in guisa da non raggiungere quella rigorosa esclusione dell'aria che è necessaria per prevenire il pericoloso surriscaldamento del foraggio a 50° C. e oltre. I difetti di applicazione del metodo possono dipendere dalle condizioni climateriche che si oppongono al conveniente essiccamento del foraggio ovvero dalla natura stessa dei foraggi (ad esempio il mais ed anche il taglio maggengo ricco di graminacee) che non si prestano facilmente sia all'essicazione sia all'eliminazione dell'aria; ma nella maggior parte dei casi essi sono dipendenti da negligenze nella costruzione delle fosse o nella mano d'opera. Occorre pertanto insistere sulla necessità di realizzare con la massima cura i principi fondamentali del metodo che assicurano il rapido attecchimento della fermentazione lattica e di diffidare da qualunque modificazione, più o meno brevettata,¹² che, sotto il pretesto di agevolare l'applicazione soprattutto diminuendo il grado di compressione, ne fanno perdere quei vantaggi che sono indispensabili per la sua diffusione puranco nelle regioni casearie.

Aggiungerò che solamente laddove il silò italiano è adottato in modo razionale e metodico, come nella tenuta del rimpianto Allocchio, si può pensare a trarre profitto anche dall'inoculazione di culture pure di fermenti lattici, per la medesima ragione che l'impiego dei fermenti selezionati nella fabbricazione del formaggio deve accoppiarsi, come io ho insegnato, ad un regime igienico inteso a ridurre al minimum la flora anticasearia nel latte.

BIBLIOGRAFIA

1. Le mie ricerche sui silò formarono oggetto di 12 lavori, dei quali 8 pubblicati nelle annate 1904-1915, voll. VI-XII dell'Annuario dell'Istituzione Agraria Ponti annessa al R. Istituto Superiore Agrario di Milano, e 4 nei « Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere », anni 1915, 1918, 1919 e 1920, voll. 48, 51, 52 e 53. A questi

lavori sono poi da aggiungere, per affinità di argomento, una Nota su: *L'influenza della temperatura sulla microflora del fieno; fieni lattici e fieni butirrici* (« Rend. R. Acc. Lincei », 1914, vol. 23) e una su: *Controllo batteriologico dei foraggi* (« Rend. del R. Ist. Lomb. Sc. e Lett. », 1914, vol. 47).

2. HOARD'S DAIRYMAN, Fort Atkinson, Wisconsin, August, 1923, vol. 66, N. 4.

3. « Rend. R. Ist. Lomb. Sc. e Lett. », 1925, vol. 58.

4. Ibidem, 1904, vol. 37.

5. Loc. cit. sub 1).

6. « Allgemeine Bakteriologie », Leipzig, F. C. W. Vogel, 1910.

7. « Berichte d. laktolog. Anst. d. techn. Hochschule in Prag », 1914.

8. « Centralbl. f. Bakter. », II, Abt. 1919, 49 Bd.

9. « Milchw. Forschungen », Greifswald, 1921, N. 12.

10. « New York Agr. Exper. Stat », Geneva N. Y., Techn. Bull. N. 9, 1922.

11. « Journ. of Dairy Science », vol. 7, N. 6, November 1924, p. 555.

12. Sono particolarmente degni di nota alcuni sistemi comparsi successivamente all'estero massime in Svizzera (Silò « Herba » 1917, Silò « Ifla » 1920) e in Germania (Silò elettrico Schweizer 1922), i quali, *seguendo le orme italiane*, si prefiggono pure di assicurare la fermentazione lattica con diversi mezzi e dispositivi che stanno però ancora *sub iudice*. In Italia, di fronte ad alcuni sistemi che a mio parere riducono troppo la compressione, abbiamo il Silò meccanizzato Valduga di Feltre che la spinge invece a 20 quintali per metro quadrato; se è ancora pratico, tanto meglio! (V. « Italia Agricola », gennaio 1925).

P. S. — Il 7° Congresso Internazionale di Latteria tenutosi a Parigi nel maggio corr. ha emesso, sopra mia relazione, un voto in favore del Silò lattico secondo il sistema italiano.

G. C.